

הייחוד של השיר, כפי שהוא נתון לפנינו, הוא בהצגה חדה יותר של הדמויות. האשה מוצגת כאם בנים וכנטושת-בעל. טענותיה נובעות מהוויה כפולה זו, אך היא מדגישה בעיקר את נטישתה כאשה. היא אינה מדברת בלשון רבים אלא בלשון יחיד ("עלי" (2X): "עזבני, שכחני"). היותה אם לבנים מוצגת ע"י הדובר-השר בלבד. אלוקים מופיע כמתגונן בוויכוח ("מה תתאונני עלי..."). אין הוא רך כבשיר השמאלי (4.2). הוא פותח בדחיית התלונה (שורה 7) ומסיים בהבטחה. כאילו שטחו השניים טענותיהם בבית משפט. אוירתו הדחוסה של בית-המשפט, דו-השיח הקשה והעמדה חדה של דמויות מקוטבות, על-כל-פנים ברובד הגלוי, מחדדים את אפיונו הבאלאדי של השיר. רק טור אחד זקוק להשלמה תחבירית. בטור 10 יש להשלים את המושא ("רעשתי (אויבים) היות כעשן כבים"). לפנינו אפוא יחידה שלמה. חלק מתוך שלם שהוא שלם.

4.4. חתבוננות בטורים מוצלבים משמאל לימין

- 1 בַּלֵּב מִתְאֹנֶנֶת וּבִפֶּה מִתְרַעֶמֶת
- 2 גּוֹעָה בְּבָכִי וּבְמַר נֹאֲמָת
- 3 וְלֹא זָכַר אֶהְבֵּת כְּלוּלִי
- 4 זֶרְנִי וּפְזִרְנִי מֵעַל גְּבוּלִי
- 5 יִקְשְׁנִי בְּכָבֶד וְלֹא הִנִּיחֵנִי
- 6 כָּלוּ עֵינַי בְּתוֹכָחוֹת וּפְתִיחִי
- 7 נָטַע חֶמֶד עָרוּגַת גִּנְתִּי?
- 8 שִׁיחַ פְּלוּלִיךָ כְּבָר עָנִיתִי
- 9 צָעוּד בְּשַׁעַר בֵּית רַבִּים
- 10 קָמִיךָ, אֲשֶׁר עָלִיךָ מִתְרַבִּים
- 11 שְׁנִית אוֹסִיף יָד וְאֶקְחָךְ
- 12 תִּמּוּ וְסָפוּ דְּבָרֵי וּבִוְחָךְ

האקרוסטיכון בווריאציה זו כאקרוסטיכון בווריאציה הקודמת (4.3). חלק מאותיות הא"ב מופיעות ברצף הידוע שלהן (ב'-ג'; ו'-ז'; י'-כ'; נ'-ש' (=ס'); צ'-ק' ש'-ת') וחלק בדילוג של שתי אותיות (ג'-ר'; ז'-י'; כ'-נ'; ש' (=ס')-צ') או של אות אחת (ק'-ר') – כמתבקש מהצלבת

הטורים.

החרוז ומשמעויותיו – כבכל ה"שירים" הקודמים.

הסוגה באלאדית מאוד. זהות האשה עלומה. היא אינה מוצגת כאם בנים. מתוארים ארבעה שלבים הקודמים לנאומה. התאוננות בלב, התרעמות בפה (עדיין בלתי מנוסחת, בלתי-מקוטלגת). געייה בבכי, המקבילה להתאוננות בלב, ונאום-מר, המקביל להתרעמות בפה.

התחלת הנאום ב-ו' החיבור מחזקת קיומו של מונולוג פנימי בשיר. נקודת המשבר היא זו המוצגת בטור האות ו': "ולא זכר אהבת כלוליה?", בהפתעה בתרעומת, בתמיהה. קריאת "א" (בחרוזי הטורים של אותיות ו' ו-ז') מדגישה את הבכי המלווה את הקינה הווכחנית הזו.

אך אפשר שהמונולוג חיצוני, כי נקבע במפורש "במר נואמת" ואלוקים עונה ל"שיח פילוליה" של הדוברת.

פנייתו של המשיב אל נערתו-תמתו רכה (כבווריאציה השמאלית של השיר (4.2)) בשורות של אותיות צ' ו-ק' הוא מנמק את תשובתו שבשורה 8.

שורות הסיום ממירות ווכחנות מילולית ("דברי ויכוחיך") באינטימיות מרגשת ("אוסף יד ואקחך"). הפייטן עושה שימוש כפול בשורש סו"ף. "אוסף" לציון עתיד יחליף את "ספו", המציין הווה וכחני.

טור אחד זקוק להשלמה. בטור 10 יש להוסיף נשוא ("קמך אשר עליך מתרבים ייעלמו"). אשר לסוגה? ספק רומאנסה, ספק באלאדה. אם נבדוק את מערכת הכוחות של הלירי האפי והדראמאטי נכריע לטובת הרומאנסה, כי שיר זה נשלט ע"י יסוד לירי³⁸.

5. חתימה

עיונים בעולמו הלגיטימי של השיר העלו השערות חדשות בעניין סוגתו, שהיא ספק קינה, ספק באלאדה, ספק קינה באלאדית וקרוב לוודאי קינה באלאדית אלגורית. פירוק לגורמים, שכל אחד מהם עומד בפני עצמו וכולם יחדיו מצטרפים לשלם אחדותי-חווייתית וגם אסתטי, אפשר לגלות בו פן סוגתי נוסף, רומאנסה. תהיה סוגתו אשר תהיה דומה, שגילוי פנים חדשות בשיר העתיק היטיב עמו ועם קהליו.

6 נספח

מצורפים שקפים, המהלכים מן השלם אל חלקיו.

השימוש בהם ייעשה בשלושה שלבים.

א. דיון בשיר השלם המקורי.

ב. דיון בחלקיו המודולאריים, היינו במחציות השיריות, לסוגיהן.

ג. שיבה אל השלם, על מנת לבדוק את תרומת העיון בחלקיו ה"שלמים".

הערכתנו היא, שהשלם יכול יותר מסכום חלקיו.

ותקוותנו, שהתוודעות הלומדים לכך תקנה לפיוט את מקומו המתאים בקאנון-ספרותי-עכשווי.

הערות ומראי מקומות

1. יהודה רצהבי (תשל"ט, 1979). אם הבנים, לקט פיוטים לימים הנוראים, ירושלים, ספרית המורה הדתי, ג', משרד החינוך והתרבות, אגף החינוך הדתי, עמ' 20-24.
2. כנסת ישראל שואלת שיבוציה ממגילת איכה ומתהלים. הקב"ה שואל שיבוציו ממגילת שיר השירים ומנבואות הנחמה, בעיקר של ישעיהו. שם, עמ' 23.
3. ראשיתו במקרא והמשכו בספרי בחכמים ובפיוט. במקרא נמצאנו בישעיהו מ"ט, 14-15 ובתלמוד בבבלי ברכות ל"ב ע"ב, שם הוא רחב יותר, בן שלושה מחזורים, שם, עמ' 22.
4. בעיקר אקרוסטיכון א"ב, אותיות ש' ו-ת' מוכפלות, להדגשת ההבטחה. החרוזים עשירים ומגוונים, שם, עמ' 24.
5. שם, עמ' 20.
6. שם, עמ' 20.
7. שם, עמ' 23.
8. שם, עמ' 24.
9. עדי צמח (תשכ"ב, 1962) מבוא, בספרו כשורש עץ, קריאה חדשה בי"א שירי חול של שלמה בן גבירול, ירושלים, עכשיו, עמ' 7-12.
10. שם, עמ' 10.
11. שם, עמ' 11-12.
12. בנדוט, קרוע'ה (תשמ"ג, 1983). מדריך לאסתטיקה (תרגום: גאיו שילוני). תל-אביב, הקיבוץ המאוחד וספרית פועלים, עמ' 9-23, 42-47.
13. שם, עמ' 47.
14. ס', יזהר (תשמ"ד). סיפור אינו, תל-אביב, הקיבוץ המאוחד, עמ' 9-10.
15. שם, עמ' 9.
16. ראה הערה 11.
17. עזרא פליישר (תשל"ה, 1975). שירת הקודש העברית בימי הביניים, ירושלים, כתר, עמ' 41-46.
18. ראה הערה 6.
19. עזרא פליישר, שם.
20. טליה הורוביץ (תש"ן, 1990). קינה מקראית, בתוך הקינה בשירת אורי צבי גרינברג, חיבור לשם קבלת התואר "דוקטור לפילוסופיה", הוגש לסנט של אוניברסיטת "בר-אילן", עמ' 15-41.
21. שם, עמ' 23-35.
22. J.T. Shipley (Edit) (1970). Ballad, Dictionary of World Literature Terms, London, George Allen and Unwin L.T.D. pp. 25-26.
- "בלדה", האנציקלופדיה העברית, ח', עמ' 786-790.

23. עזריאל, אוכמני (תשל"ז, 1976). תכנים וצורות, לקסיקון מונחים ספרותיים, תל-אביב, ספרית פועלים, עמ' 106-105.
24. שלמה, יניב (תשמ"ו). הבלדה העברית פרקים בהתפתחותה, חיפה, אוניברסיטת חיפה, עמ' 258, הערה 5.
25. שם, עמ' 15.
26. שם, שם.
27. שם, עמ' 31.
28. שם, עמ' 32-33.
29. שם, עמ' 33-34.
30. אצל דניאל גולדשמידט (מגיה מבאר) (תשכ"ח, 1968). סדר הקינות לתשעה באב כמנהג פולין וקחילות האשכנזים בארץ ישראל, ירושלים, מוסד הרב קוק, עמ' קא-קב; צח-ק.
31. מעניינת העובדה שאין בשיר תקבולות נרדפות. ואולי ניתן למצוא טעם לכך. הגלות כל-כך קשה ומקפת שכל פרט שיתואר לא יבטא את המצב לאשורו, אלא יש להשלימו, להוסיף עליו.
- ולעניין התקבולת הניגודית – הקינה מעצימה ניגודים, בעיקר ניגודים בין זמנים: מה שהיה עומד בניגוד גמור למה שהוזה. התקבולת הניגודית תורמת לעיצוב הזמנים המהופכים.
32. ראה גם אצל יהודה רצהבי, 23.
33. שם, שם.
34. שלמה יניב, 36 וראה הבחנה קודמת אצל דב לנדאו, (תשל"ל, 1970). חיסודות חריתמיים של השירה, ירושלים ותל-אביב, שוקן, עמ' 224.
36. שם, שם.

השיר השלם:

אלעזר הקליר

אם הבנים

בִּלְבַּב מִתְאוֹנְנֶת וּבִפֶּה מִתְרַעֶמֶת	אִם הַבָּנִים כִּיּוֹנָה מְנַהֶמֶת
דְּמָעוֹת מְזֹלֶת וְדוֹמָמֶת וְנִדְהָמֶת:	גּוֹעָה בְּכִי וּבִמֶר נוֹאֶמֶת
וְלֹא זָכַר אֶהְבֵּת כְּלוּלִי	– הַשְּׁלִיכֵנִי בְּעָלִי וְסָר מֵעָלִי
חֲדָה עָלִי כָּל תּוֹלָלִי.	זֶרְנִי וּפְזֹרְנִי מֵעַל גְּבוּלִי
יִקְשְׁנִי בְּכַבֵּד וְלֹא הִנִּיחֵנִי	טֶרֶפְנִי כְּנִדָּה וּמִפְנֵי הַדִּיחֵנִי
לָמָּה לְנִצָּחַ עֲזָבֵנִי, שְׂכַחְנִי?	כָּלוּ עֵינַי בְּתוֹכָחוֹת וּפְחָנִי
נָטַע חֶמֶד עָרוּגַת גְּנָתִי?	– מַה-תִּתְּאוֹנְנִי עָלִי יוֹנָתִי
עָטוּר בָּךְ כְּאִזְ חֲנִיתִי.	שִׁיחַ פְּלוּלִיךָ כְּבָר עָנִיתִי
צָעוּד בְּשַׁעַר בֵּית רַבִּים	פָּנִיתִי אֵלֶיךָ בְּרַחֲמֵי הָרַבִּים
רַעֲשֵׁתִי הָיִיתָ כְּעֶשֶׂן כְּבִים.	קָמִיךָ, אֲשֶׁר עָלֶיךָ מִתְרַבִּים
שְׁנִית אוֹסִיף יָד וְאֶקְחָךְ	שְׁחֹרְתִי, לָעַד לֹא אֶזְנָחָךְ
תִּמְתִּי, לֹא אֶעְזָבְךָ וְלֹא אֶשְׁכַּחָךְ.	תָּמוּ וְסָפוּ דְּבָרֵי וּכְוִחָךְ

אלעזר הקליר

אם הבנים

1	אם הבנים כיונה מנהמת	בלב מתאוננת ובפה מתר עמת	} דברי הדובר "המספר"
2	אועה בבכי ובמר נואמת	דמעות מזלת ודוממת ונד המת:	
3	השליכני בעלי וסר מעלי	ולא זכר אהבת כלולי	} דברי האשה (-כנסת ישראל)
4	זרני ופאני מעל גבולי	חדה עלי כל תוללי	
5	טרפני כנדה ומפניו הדיחני	יקשני בכבד ולא הניחני	
6	כלו עיני בתוכחות ופחני	למה לנצח עזבני, שכחני?	
7	מה-תתאונני עלי יונתי	נטע חמד ערוגת גנתי?	} תשובת הבעל (=אלוק)
8	שיח פלוליק כבד עניתי	עטור פך פאז חניתי.	
9	פניתי אליך ברחמי הרבים	צעוד בשער בת רבים	
10	קמיה, אשר עליך מתרבים	רעשתי היות פעשן כבים.	
11	שחורתי, לעד לא אונחך	שנית אוסיף יד ואקחך	
12	תמו וספו דברי ופוחך	תמתי, לא אעזבך ולא אשכחך.	

הערות:

אקרוסטיכון: א"ב (ש+ת X 2).

חריזה: מתחלפת. לכל 4 צלעיות חרוז זהה.

שורות 1-2 – חריזתן אונומתופאית: מת – צליל קינה.

שורות 3-4 – חריזתן אונומתופאית: א י – צליל קינה, כאב.

שורות 5-6 – חריזתן, ני, מביעה התרכזות בדובר-השר-המקונן.

תשתית מקראית כפולה: מגילת איכה ושיר השירים, לציון קינה ותקווה.

מערכת היחסים: מן המאוחר אל המוקדם: אם בנים, אשת-איש, ארוסה-תמה.

סוגה (ז'אנר): גאולה (ואולי קינה); באלאדה אלגורית; קינה-באלאדית-אלגורית;

רומאנסה).

סיום: פתוח? סגור?

אגף ימני של השיר:

1	אִם הַבָּנִים כִּיּוֹנָה מְנַהֶמֶת	}	דברי הדובר "המספר"
2	גִּיעָה בְּכִי וּבְמַר נֹאמַת		
3	– הַשְׁלִיכְנִי בְּעָלִי וְסָר מֵעָלַי	}	דברי האשה (-כנסת ישראל)
4	זְרַנִּי וּפְזַרְנִי מֵעַל גְּבוּלִי		
5	טָרַפְנִי כְּנֶדֶה וּמִפָּנָיו הִדִּיחֵנִי		
6	כָּלוּ עֵינַי בְּתוֹכָחוֹת וּפְחֵנִי	}	תשובת הבעל (=אלוק)
7	– מֵה־תִּתְּאוּנֵנִי עָלַי יוֹנָתִי		
8	שִׁיחַ פִּלּוּלֶיךָ כְּבָר עָנִיתִי		
9	פָּנִיתִי אֵלֶיךָ בְּרַחֲמֵי הָרַבִּים		
10	קָמִיךָ, אֲשֶׁר עָלֶיךָ מִתְרַבֵּים		
11	שְׁחֹרַתִּי, לָעֵד לֹא אֶזְנַחֲךָ		
12	תָּמוּ וְסָפוּ דְּבָרֵי וּכְוַחֲךָ		

הערות:

אקרוסטיכון: א"ב חלקי מסורג. ש' ו-ת' רצופות.

חריזה: מתחלפת. לכל 2 צלעיות חריזה זהה.

שורות 1-2 – חריזתן אונומטופאית. מַת – צליל קינה.

שורות 3-4 – חריזתן אונומטופאית. א י – צליל קינה, כאב.

שורות 5-6 – חריזתן, נִי, מביעה התרכזות בדובר־השר־המקונן.

מערכת היחסים: מן המאוחר אל המוקדם: אם הבנים, אשת-איש, ארוסה-תמה.

סוגה (ז'אנר): קינה־באלאדית־אלגורית.

סיום: פתוח? סגור?

אגף שמאלי של השיר:

דברי הדובר
"המספר"

בלב מתאוננת ובפה מתרעמת
ד מעות מזלת ודוממת ונדהמת:

דברי האשה
(-כנסת
ישראל)

ולא זכר אהבת כלולי
חדה עלי כל תוללי.
יקשני בכבד ולא הניחני
למה לנצח עזבני, שכחני?

תשובת הבעל
(=אלוק)

נטע חמר ערוגת גנתי?
עטור כך פאז חניתי.
צעוד בשער בת רבים
רעשתי היות פעשן פבים.
שנית אוסיף יד ואקחך
תמתי, לא אעזבך ולא אשפךך.

הערות:

אקרוסטיכון: א"ב חלקי מסורג. ש' ו-ת' רצופות.

חריזה: מתחלפת. לכל 2 צלעיות חריזה זהה.

שורות 1-2 – חריותן אונומטופאית. מת – צליל קינה.

שורות 3-4 – חריותן אונומטופאית. א י – צליל קינה, כאב.

שורות 5-6 – חריותן, ני, מביעה התרכזות בדובר-השר-המקונן.

מערכת היחסים: גבר ואשה בתחילת דרכם המשותפת או בהמשכה.

סוגה (ז'אנר): רומאנסה.

סיום: סגור.

כיאסם (הצלבה) מימין לשמאל:

1	אם הבנים כיונה מנהמת	}	דברי הדובר "המספר"
2	דמעות מזלת ודוממת ונדהמת:		
3	השליכני בעלי וסר מעלי	}	דברי האשה (-כנסת ישראל)
4	חדה עלי כל תוללי.		
5	טרפני כנדה ומפני הדיחני		
6	למה לנצח עזבני, שכחני?		
7	מה-תתאונני עלי יונתי	}	תשובת הבעל (=אלוק)
8	עטור בק באז חניתי.		
9	פניתי אליך ברחמי הרבים		
10	רעשתי היות כעשן כבים.		
11	שחורתי, לעד לא אונחך		
12	תמתי, לא אעזבך ולא אשכחך.		

הערות:

אקרוסטיכון: חלק מהאותיות ברצף. חלק בדילוג של 2 אותיות, פועל-יוצא

מהצלבת הטורים.

חריזה: מתחלפת. לכל 2 טורים חריזה זהה.

שורות 1-2, 3-4, 5-6 – חרוזים אונומטופאיים, כב"שירים" הקודם

שורות 5-6 – חריזתן, ני, מביעה התרכזות בדובר-השר-המקונן.

מערכת היחסים: מן המאוחר אל המוקדם: אם בנים, אשת-איש, ארוסה-תמה.

סוגה (ז'אנר): קינה-באלאדית-אלגורית.

סיום: פתוח? סגור?

כיאסם (הצלבה) משמאל לימין:

1	בִּלְבַּב מִתְאוֹנְנֶת וּבִפֶּה מִתְרַעֶמֶת	}	דברי הדובר "המספר"
2	גִּיעָה בְּכִי וּבְמַר נֹאֲמָת		
3	וְלֹא זָכַר אֶהְבֵּת כָּלֹלִי	}	דברי האשה (-כנסת ישראל)
4	זֶרְנִי וּפְזֹרְנִי מֵעַל גְּבוּלִי		
5	יִקְשְׁנִי בְּכֶבֶד וְלֹא הֵנִי חֲנִי		
6	כָּלוּ עֵינַי בְּתוֹכָחוֹת וּפְחֲחִי		
7	נִטַּע חֲמֵד עָרוּגַת גִּנְתִּי?	}	תשובת הבעל (=אלוק)
8	שִׁיחַ פְּלוּלִיךָ כְּבָר עָנִיתִי		
9	צָעוּד בְּשַׁעַר בֵּית רַבִּים		
10	קָמִיךָ, אֲשֶׁר עָלִיךָ מִתְרַבִּים		
11	שְׁנִית אוֹסִיף יָד וְאֶקְחָךְ		
12	תָּמוּ וְסָפוּ דְּבָרֵי וּפְחֲחָךְ		

הערות:

אקרוסטיכון: חלק מהאותיות ברצף. חלק בדילוג של 2 אותיות, פועל-יוצא מהצלבת הטורים.

חריזה: מתחלפת. לכל 2 טורים חריזה זהה.

שורות 2-1, 3-4 ו-5-6 – חרוזים אונומטופאיים, כב"שירים" הקודמים.

שורות 5-6 – חריזתן, נִי, מביעה התרכזות בדובר־השר־המקונן.

מערכת היחסים: גבר ואשה בתחילת דרכם המשותפת או בהמשכה.

סוגה (ז'אנר): קינה באלאדית אלגורית? רומאנסה?.

סיום: פתוח? סגור?

השפעה של הערכת מורים ע"י סטודנטים על שיפור ההוראה

תקציר

הצורך בהערכת ההוראה במוסדות להשכלה גבוהה נובע ממקורות חיצוניים ופנימיים כאחד. תהליכי הדמוקרטיזציה מצד אחד המאפשרים לתלמידים לעמוד על זכויותיהם לזכות בהוראה איכותית והתחרות ההולכת וגוברת בין המוסדות להשכלה גבוהה בעקבות פתיחתן של מכללות רבות מצד שני, מגבירים את חשיבות הדיון בנושא.

למרות הקשיים הנובעים מגורמי הטיה שונים בתהליך ההערכה, יכולה הערכה לשרת הן את המורה עצמו והן את הצרכנים – הסטודנטים והמוסד המעסיק גם יחד. השערת המחקר הייתה שעצם הכנסת תהליך של הערכת מורים למכללה תשפר את ההוראה.

באמצעות שאלון הערכת מורים שפותח, התקבלו הערכות של הסטודנטים על הוראת מורים במשך שנתיים.

השוואת משובי הסטודנטים העלתה שחל שיפור מובהק בהערכות שקבלו המורים במשוב השני. מורים בלתי קבועים אשר קבלו הערכות נמוכות מאוד במשוב הראשון, הפסיקו עבודתם במכללה. הדבר איפשר הכנסתם של מורים חדשים וטובים יותר. כמו כן, נמצא שמורים שהוערכו כגבוהים במשוב הראשון שמרו על ההערכות הגבוהות גם במשוב השני.

קבלת משוב על ההוראה היא תנאי הכרחי לשיפורה. הנחה זו מעוגנת בתאוריות של למידה, אשר חרף השונות במגמותיהן – התנהגותית, קוגניטיבית או הומניסטית, רואות במשוב חלק בלתי נפרד מתהליך הלמידה. אין פלא אפוא, שהמשוב הניתן במהלך ההדרכה להוראה נחקר ונדון במספר מחקרים ובמגוון מודלים ואסטרטגיות (קרמר-חיון, 1991). אולם סקירת הספרות העוסקת בתחום זה מצביעה על כך שגם אם הוכנסו תהליכים שונים של משוב במסגרות החינוך השונות, התפוקות המעשיות הן מעטות. הדיווחים מצביעים בעיקר על שימושים אפשריים שונים של תהליכי המשוב לגבי צוותי ההוראה, אולם מעטים מאוד המחקרים העוקבים אחר השינויים החלים בעקבות תהליכי הערכה.

במוסדות להשכלה גבוהה נוצרה בשנים האחרונות רגישות לאיכות ההוראה. הדבר נובע ממספר גורמים:

א. מספרם של המוסדות להשכלה גבוהה הולך וגדל באופן מתמיד. התחרות הגבוהה המתפתחת בין המוסדות השונים על קליטתם של סטודנטים איכותיים לשורותיהם מביאה את המוסדות להיות קשובים יותר להערכותיהם של הסטודנטים באשר לאיכות ההוראה של המורים.

ב. התפיסה הכללית המתפתחת בקרב ציבור הלומדים במסגרות החינוך ברמות השונות החל

תאריכים: משוב, הערכת השגים באקדמיה, שיפור ההוראה.

בגיל הרך ועד החינוך הגבוה בדבר היותו של הלומד צרכן, אשר המערכת החינוכית אמורה לענות על צרכיו, ובתוקף היותו צרכן יש להתחשב בתגובותיו ובהערכותיו.

ג. החברה המערבית ההופכת יותר ויותר לחברה בעלת אוריינטציה כלכלית איננה יכולה למנוע הפעלת שיקולים של יעילות ובחינת איכויות באותם מוסדות עצמם, המכשירים את הסטודנטים לבחון תהליכים ותוצרים במונחים של יעילות.

ד. שיטות הניהול החדשניות המוחדרות לתחומי החיים השונים כדוגמת T.Q.M. מדרגשות את הצורך בתהליכים של משוב והערכה וכן בפיתוחם של תהליכי שיפור הביצוע.

תהליכים אלה ואחרים הביאו את המוסדות להשכלה גבוהה, שנחשבו בלתי מבוקרים על-ידי צרכניהם, לנקוט בדרכים מגוונות על מנת לזהות איכות הוראה ולנקוט באמצעים שונים על מנת להביא לשיפור ההוראה. הדיון בספרות מתרכז יותר ויותר סביב השאלה מי הם המעריכים הרלבנטיים לגבי איכות ההוראה של המורים.

בשנים האחרונות בעקבות עבודותיהם של SHULMAN (1987) ו-SCHON (1983, 1987), התפתחה גישה הרואה את ההוראה כפרופסיה, אשר ממנה מתחייבת גישה פרוגרסיבית וגמישה של ההוראה. גישה זו מדגישה את האוטונומיה של המורה, הן בתהליך התפתחותו כלומר עצמאי החוקר את ההוראה ומסוגל להפעיל באמצעותה תהליכי חשיבה רפלקטיביים, והן בתהליך הערכת עבודתו באמצעות הפעלת תהליכי בקרה מטה-קוגניטיביים, אשר באמצעותם יוכל לכוון את עבודתו ולהביאה לרמות גבוהות יותר של יעילות (רנד, 1992). על-פי גישה זו המעריך את עבודת המורה האוטונומי הוא המורה עצמו, ולא מעריך חיצוני. לגישה זו מספר סכנות הנובעות בעיקר מהתבססות של ההערכה על ניסיון אישי של הפרט, מנטייה ליתר סובייקטיביות והפעלת מנגנוני הגנה אשר עלולים לגרום לעיוות ההערכה. כדי להתגבר על מגבלות אלה מציעים חוקרים רבים (CENTRA 1993, EDGERTON NUTCHINGS & QUINLAN 1991, WOLF) לקבל הערכות מורים ממקורות שונים באמצעות פורטפוליו שמורים מצייגים על מהלך עבודתם. הפורטפוליו יכול לכלול הערכות עצמיות כמו גם הערכות של עמיתים, מגוון של ממצאים מעשיים המעידים על איכות העבודה, מחשבות ותוכניות הקשורות לעבודה. CENTRA (1993) שחקר הערכות שנעשו באוניברסיטה על בסיס של פורטפוליו, שנערך על-ידי דיקני הפקולטות, על-ידי עמיתים לעבודה ועל-ידי סטודנטים, מצא כי המתאמים בין המקורות השונים של נותני ההערכות היו גבוהים. הכישורים והמיומנויות שנבדקו אצל המורים כללו שלוש עשרה קטגוריות שנתפסו כמתארות את ההוראה היעילה. בין השאר כללו: מוטיבציה, טיב קשרים בין אישיים וכישורים אינטלקטואליים.

גישה מסורתית יותר רואה בסטודנטים בלבד את הלקוחות הרלבנטיים של המורה. הערכה של מורים על-ידי הלקוחות – הסטודנטים מספקת ראי אובייקטיבי יחסית, ומגבילה את הנטייה האישית המתחייבת מתוך ההערכה העצמית. משוב על-ידי סטודנטים דומה במידה רבה להערכה הנעשית על-ידי תצפיתנים "אובייקטיבים" המעריכים פרט מסוים על אותם כלים, כשהניתוח נערך על-ידי אותן קטגוריות. על כן ההערכה היא במידה רבה אובייקטיבית יותר מאשר כל תהליך הערכה עצמית שהוא בעיקרו סובייקטיבי.

בסדרה של מחקרי אורך, שנעשו במשך שלוש עשרה שנים, בהערכת סטודנטים את מוריהם מדרוש MARSH (1992) כי בקבוצה של כ-200 מורים שהוערכו על-ידי תלמידיהם השונים לאורך כל שנות המחקר, לא נתגלו הבדלים משמעותיים ברמת ההערכה שקבלו. מכאן שמורים אשר לגביהם לא נעשה שימוש בתוצאות ההערכה, שמרו לאורך תקופת עבודתם המקצועית על רמה מסוימת קבועה של איכות ההוראה שלהם. כמו כן נמצא שהפרופיל המתקשר לכל מורה יציב

לגבי קורסים שונים, ושונה מפרופילים של מורים אחרים. הדבר נכון גם לגבי קורסים ברמות שונות ובמקצועות שונים. מסקנתו של MARSH היא כי ניתן לקבוע מספר תכונות בסיסיות לגבי הערכת מורים על-ידי תלמידיהם:

1. הערכות התלמידים הן מהימנות וקבועות לאורך זמן.
2. הערכות אלה הן רב מימדיות.
3. ההערכות מתייחסות למורה המלמד את הקורס ולא לקורס עצמו.
4. ההערכות תקפות לגבי מגוון רחב של מאפייני הוראה אפקטיבית, ובדרך כלל אינן מושפעות מהטיות.

ברוב המוסדות בהם קימת הערכה של ההוראה נהוג לבקש מסטודנטים להעריך את מוריהם בסוף תקופת הלימוד, אולם לא בכל המוסדות בהם קימת הערכת מורים נעשה שימוש ממש בהערכות אלה (BRASKAMP 1984). יש מוסדות בהם נערכת הערכת מורים אולם השימוש בתוצאות ההערכה נשאר ברמה הרכילותית ובתור שכזה הממצאים חסרי ערך ואף בעלי השפעה שלילית.

השימוש בהערכות של סטודנטים יכול להיות מגוון: ישנם מוסדות בהם משתמשת ההנהלה בהערכות סטודנטים לצורך קבלת החלטות בדבר קידום בתפקיד, הגדלה או צמצום היקף משרה, מתן קביעות בעבודה וכיו"ב (MC-CALLUM 1984, ABRAMI ET. AL, 1990). במוסדות אחרים הערכות סטודנטים משמשות לבדיקה וחשיבה מחדש על מנת לבחון נחיצות של קורסים אשר סטודנטים אינם מגלים בהם עניין ולהציע קורסים אחרים או דרכים אלטרנטיביות בהוראתם. כמו כן מצהירים חלק ניכר מהמוסדות על כך שהערכות מורים משמשות בסיס לשיפור ההוראה כלומר לסטודנטים ישנה אפשרות להשפיע באמצעות הערכותיהם את המורים על סגל ההוראה ברמה האישית והמקצועית, על תוכניות הלימודים וכך להביא לשיפור ההוראה.

אין ספק בכך שהערכת סטודנטים את ההוראה היא בעלת חשיבות רבה ואינפורמציה המופקת מהערכות אלה יכולה במידה רבה לשפר את איכות ההוראה. הבעיה היא שיש להכיר בעובדה שעדין ישנם גורמים רבים מדי בתהליך ההערכה ובניתוח התוצאות המעלים חשש לסוגים מגוונים של הטיות (BRODER & DORFMAM 1994). מקורות ההטיה רבים כמספר המחקרים עצמם, נציין אחדים מהם:

1. הטיה המושפעת מהישגי הסטודנטים – לציונים שסטודנטים קבלו או ציפו לקבל בקורס יש השפעה על הערכות שסטודנטים נותנים למוריהם. גם אינפורמציה שיש לנבחנים על דרך מתן הערכות על-ידי המרצים שלהם תשפיע על ההערכות שהסטודנטים יתנו למרצים. מרצים מקלים שיתנו ציונים גבוהים, יזכו בהערכות חיוביות יותר מאשר מרצים קפדנים המקפידים יותר במתן ציונים. מכאן נובעת לדעת החוקרים, גם ההטיה הקשורה לגורם הזמן בו נבדקת הערכת המורים. (NIMMER & STON, 1991, FELDMAN, 1989).
2. הטיות הנובעות מגורמים אכסטרניזמים, והטיות הנובעות מגורמים אינטריניזמים – (BRODER & DORFMAN, 1994) מבחינים בין שני סוגים של הטיות: הטיות הנובעות מגורמים אכסטרניזמים ואשר למורה יש השפעה קטנה עליהם כמו גודל הקבוצה, מאפייני הקורס, מאפייני הקבוצה וכיו"ב והטיות הנובעות מגורמים אינטריניזמים אשר מתייחסים לערכים שונים ולמשקל שונה שסטודנטים מיחסים לקורס או למורה.
3. הטיה הנובעת מציון מסכם – (RAVIV, A. & HATIVA (1993) ו-MC-BEAN & LENNOX נחלקים בשאלה בדבר מידת הייצוג של ציון מסכם אחד של יכולת הוראה. בעוד

הראשונים טוענים כי ציון כזה אכן מייצג בצורה נאמנה קשת של מדדים שהממוצע הפשוט שלהם קרוב אליו ביותר, טוענים האחרונים כי לא נכון יהיה להחליף באופן פשוט את ממוצע ציוני המדדים השונים של ההוראה בציון כולל אחד, זאת למרות המתאם הגבוה שנמצא בין הממוצע של 15 מדדים מאפיינים של מורה לבין ציון כולל יחיד.

4. הטיה הנובעת מהקושי להגדיר מדדים ברורים להוראה יעילה – BRODER & DORFMAN (1994) מדגישים את הצורך לדרג את המדדים עליהן ניתנת הערכת המורים ומציינים את הקושי הכרוך במתן משקל דיפרנציאלי לכל מדרג.

5. קיים קושי רב לקבוע הערכה מושווית לכל מורה. ישנם מורים המלמדים קורסים בודדים, בעוד שמורים אחרים מלמדים קורסים רבים. כמו כן מספר הסטודנטים בכל קורס שונה אף הוא ויש לצפות שהערכות הניתנות בקורסים בעלי מספר נמוך של משתתפים תהיינה שונות מאלה הניתנות בקורסים בהם מספר המשתתפים גדול. בקורסים קטנים יש סיכוי גדול ללכידות קבוצתית גבוהה. גורם זה וכן העובדה שבקורס קטן יש משקל גדול יותר לכל ציון הניתן על-ידי המעריך עשויים להביא לתוצאות קיצוניות יותר מאשר בקורסים בהם מספר המשתתפים הוא רב.

ניתן לראות שההטיות הנובעות מתהליך הערכה בודד הן רבות ביותר. כדי לתת תמונה מקיפה אובייקטיבית על יעילות עבודתם של מורים יש לרכז מידע ממקורות שונים כמו הערכות סטודנטים, הערכות ממונים, הערכות עמיתים והערכה עצמית.

מטרת העבודה

מטרת העבודה הייתה לבדוק את ההשפעה של הכנסת הערכת מורים על-ידי סטודנטים על איכות ההוראה במכללה.

במכללת "שאנן" לא הייתה קיימת מסורת של הערכת מורים ממוסדת. כצעד לקראת הכנסת תהליך הערכה, נערכה הערכת מורים ראשונה על-ידי סטודנטים בשנת תשנ"ב והערכה שנייה בשנת תשנ"ד. בגלל העדר מסורת של הערכה הקפידה הנהלת המכללה על רמה גבוהה של דיסקרטיות. תוצאות ההערכה לא פורסמו, ונמסרו אישית למורים אשר פנו לבקש משוב, או קבלו משוב יזום על-ידי ההנהלה. כמו כן לא שולבו בשלב זה אמצעי הערכה נוספים. ההנחה ביסודה של עבודה זו הייתה שעצם הכנסת הערכת מורים למכללה תגרום לשינוי איכות ההוראה.

השערות העבודה היו:

1. יהיה הבדל בהערכת מורים על-ידי סטודנטים בין משוב ראשון (תשנ"ב) לבין משוב שני (תשנ"ד).
2. ציוני הערכת המורים על-ידי הסטודנטים במשוב השני יהיו גבוהים מציוני הערכת המורים במשוב הראשון.

אוכלוסיה

במשוב הראשון השתתפו 43 מורים מתוכם 5 מורים שעבדו בחטיבה להשתלמויות מורים ולא נכללו על כן בעבודה זו.

במשוב השני השתתפו 41 מורים מתוכם 5 מורים שעבדו עם קבוצת מורות עולות על כן לא

נכללו בעבודה זו.

לאחר משוב א' ובעקבותיו, פרשו שמונה מורים. ההשוואה נערכה על 30 מורים אשר קבלו הערכה על-ידי הסטודנטים גם במשוב א' וגם במשוב ב'. בתהליך ההערכה השתתפו כל הסטודנטים, אשר לומדים בתכנית לימודים מלאה במכללה (לא השתתפו מורים משתלמים הלומדים קורסים בודדים במכללה).

כלי המחקר

שאלון הערכת מורים פותח על-ידי צוות מתוך מורי המכללה. בחירת קטגוריות להערכה התבססה על מספר נקודות:

1. גיבוש קטגוריות מתוך דיוני צוות המכללה שכלל מורים מתחומי הוראה שונים ובעלי תפקידים במכללה.
 2. סקירת כלים להערכת מורים במכללות ובאוניברסיטאות בארץ.
 3. בדיקה של קטגוריות להערכת מורים בספרות המקצועית.
- מתוך המקורות הללו הוגדרו עשר הקטגוריות הבאות: 1. עניין 2. תרומה להוראה 3. רמת הקורס 4. ניצול הזמן בקורס 5. ארגון ובהירות ההוראה בקורס 6. מידת שיתוף הסטודנטים בתהליך הלמידה 7. פתיחות המורה לקבלת משוב וביקורת 8. יחס לסטודנטים 9. דרכי הערכה בקורס 10. הערכה כללית.
- הסטודנטים דרגו כל מורה בכל אחד מההיגדים על פני רצף שבין 1-ל-10, כאשר ציון 10 מציין שביעות רצון גבוהה.
- לכל מורה חושב ציון ממוצע בכל קורס, וכן ממוצע כללי לכל הקורסים הניתנים על-ידו במכללה.
- מהימנות הסולם הייתה 0.94.

ממצאים

משוב א':

הציון הממוצע של כל הקורסים אצל 38 המורים אשר השתתפו במשוב הראשון היה 7.88 (על פני סולם מ-1 עד 10).

סטיית התקן 1.17.

21 מורים המהווים 55% קבלו הערכה נמוכה מציון הממוצע. בקבוצה זו היו 8 מורים (38%) במעמד בלתי קבוע או על סף פרישה. בעקבות המשוב עזבו מורים אלה את המכללה עקב אי התאמה או הוצעה להם פרישה.

4 מורים קבועים (11%) שקבלו את הערכות הנמוכות ביותר טופלו באמצעות שיחות עם ההנהלה על ממצאי המשוב.

משוב ב':

בחישובים הסטטיסטיים של משוב ב' נלקחו בחשבון רק 30 המורים שנותרו לאחר משוב א'.

הציון הממוצע של כל הקורסים אצל המורים במשוב השני היה 8.44.

סטיית התקן 1.08.

לוח מספר 1.

D.F	T	S.D	M	
29	2.79**	1.17	7.88	משוב א'
		1.08	8.44	משוב ב'

P < 0.01**

ניתן לראות שיש הבדל מובהק בין ציוני משוב א' לבין ציוני משוב ב'. במשוב ב' קבלו המורים הערכה גבוהה יותר על עבודתם.

ניתוח הממצאים (לוח מספר 2) מראה כי מתוך ששת המורים הקבועים, אשר קיבלו את ההערכות הנמוכות ביותר במשוב טופלו ארבעה לאחר משוב א' באמצעות שיחות. 5 מורים קבלו במשוב ב' הערכות גבוהות יותר, בעוד שרק מורה אחד קבל במשוב ב' הערכה נמוכה יותר. יש לציין שהמורה אשר לא שפר את הערכותיו גם במשוב ב' היה מורה אשר בשני המשובים דורג במקום נמוך ביותר.

2 מורים מתוך קבוצת המורים החלשים לא קיבלו שיחות. מורים אלה קבלו את ממצאי המשוב שלהם, ובהשוואה לממצאי משוב א' נמצא כי חל שיפור ניכר בהערכות להם זכו במשוב ב'. ניתן להניח שעצם הידיעה שהם מוערכים על-ידי הסטודנטים הביאה לשינוי. יחד עם זאת יש לסייג מסקנה זו בצורך בבדיקה מקיפה יותר.

לוח מספר 2: שינויים בקבוצת המורים אשר דורגו נמוך במשוב א'

מורה	משוב א'	משוב ב'	טיפול	שינוי
1.	5.32	4.35	שיחה	-
2.	5.36	6.42	שיחה	+
3.	5.63	6.12	שיחה	+
4.	6.51	7.42	שיחה	+
5.	6.82	8.65	לא	+
6.	7.46	7.73	לא	+

נבדקו גם התנודות בהערכות של המורים אשר קבלו במשוב א' את עשרת הציונים הגבוהים ביותר.

לוח מספר 3: שינויים במשוב ב' בקבוצת עשרת המורים בעלי הערכה גבוהה

מורה	משוב א'	משוב ב'	שינוי
1.	9.44	7.75	-
2.	9.34	8.84	-
3.	9.28	9.65	+
4.	9.26	8.93	-
5.	9.23	8.64	-
6.	9.15	9.70	+
7.	8.93	9.44	+
8.	8.56	8.56	=
9.	8.50	9.80	+
10.	8.25	8.26	=

ניתן לראות שהמורים אשר דורגו במשוב א' כגבוהים דורגו גם במשוב ב' כגבוהים. התנודות בדירוגים היו ברוב המקרים מעטות וסה"כ העליות מתקזז עם סה"כ הירידות.

דיון

מטרת העבודה הייתה לבחון את השאלה האם יש בעצם הכנסת ההערכה למכללה משום גורם המביא לשיפור ההוראה. בדיקה כזו מתאפשרת רק במוסד שההערכה לא הייתה נהוגה בו קודם לכן, כמו כן לא הייתה ידיעה מראש על ביצוע ההערכה. מתוך ניתוח הממצאים וממעקב אחר פעולות המכללה ניתן לעמוד על מספר תפוקות אפשריות למשובי הערכה.

בעקבות המשוב הראשון קבלה ההנהלה מידע ברור על קבוצה גדולה של מורים (55%) אשר הסטודנטים הביעו חוסר שביעות רצון מאלמנטים שונים בעבודתם. יש לציין, שמידע זה לא היה מפתיע. באותם מקרים, שמידע זה הצטרף למידע קודם, אשר היה בידי ההנהלה ממקורות נוספים, כמו: הערכת עמיתים או מעקב אחר מטלות ומבחנים, הוחלט על נקיטת אמצעים, אשר בסופם מורים שהיו בלתי קבועים, או על סף פרישה, הפסיקו את עבודתם במכללה.

מן הראוי לציין, שפרישתה של אוכלוסיה זו, אשר היוותה 38% מכלל המורים אשר קבלו הערכות נמוכות מהממוצע, יוצרת אפשרות גדולה לשינוי מבחינת איכות ההוראה במכללה. בתהליך זה שימשה הערכתם של הסטודנטים כהערכה מסכמת אשר שימשה את ההנהלה להעלאת רמת ההוראה במכללה.

בקבוצת המורים הקבועים, אשר קבלו הערכות נמוכות ואשר לא ניתן היה להפסיק את עבודתם במכללה באופן מיידי אלא רק בתהליך מנהלי ארוך, פעלה ההנהלה בדרך של גישה מעצבת.

המורים הוזמנו לדיון עם חבר הנהלה, אשר הציג בפניהם את הממצאים ודן איתם במשמעות הממצאים ובתהליכים לשיפור.

בהשוואה שנערכה בין משוב א' למשוב ב' נמצא שיפור מובהק בהערכות המורים במשוב ב' (לוח מספר 2). ניתן להבחין בשיפור שחל בשתי קבוצות המורים: גם המורים אשר דורגו נמוך במשוב א' ואשר בנוסף למשוב טופלו באמצעות שיחה, וגם מורים אשר קיבלו רק את ממצאי המשוב ולא טופלו על-ידי שיחה.

יש לציין כי אין באפשרותו של מחקר זה, שהיה מתאמי, לבדוק את הסיבות לשיפור. לצורך כזה יש לערוך מחקר סיבתי המחייב בין השאר גם אוכלוסיה גדולה יותר ומעקב לאורך שנים. אולם בשלב זה של המעקב אחר הערכות מורים, אשר דורגו נמוך במשוב א', ניתן לציין את השימושים המיידיים שהנהלת המכללה יכולה לעשות במידע העולה מתוך המשוב.

ניתן לקבוע מתוך הממצאים במחקר מצומצם זה, כי עצם הכנסתם של גורמי הערכה יש בהם כדי לעודד את תשומת הלב של המורים לאיכות עבודתם. כמו כן, גורם הדבר לנקיטת פעולות אשר יש בהם משום תרומה לשיפור איכות ההוראה. בעקבות ממצאי הבדיקה עולות שאלות גם לגבי שתי קבוצות, אשר בד"כ אינן זוכות בעניין זה לתשומת לב רבה (לוח מספר 3).

1. קבוצת המורים אשר קבלו הערכות טובות (מורים אשר דורגו מעל הממוצע).

2. מורים אשר קבלו הערכות גבוהות במיוחד.

ניתוח הממצאים לאורך שני המשובים, מראה על תודות מסוימות בהערכות שקבלו המורים המצטיינים.

בהקשר לקבוצות אלה, עולה השאלה כיצד ניתן לשמר לאורך זמן את רמת ההוראה הגבוהה. אמנם ממצאי מחקריו של MARSH (1993) ניתן להסיק כי פרופיל הוראה נשאר יציב לאורך שנים. אולם בבדיקה פרטנית של הממצאים במחקר זה (לוח מספר 3) ניתן להבחין בארבעה מתוך עשרה מורים – המהווים 40% מהמורים. אשר לגביהם ציוני משוב ב' היו נמוכים מאלו של משוב א'. רק אצל שני מורים נשמרה יציבות בהערכות. הספרות המקצועית איננה מטפלת בשאלה זו, אולם ראוי לבחון האם ניתן ליזום פעולות על מנת לשפר את איכות ההוראה של מורים טובים (קבוצה 1) ולשמר לאורך זמן את איכות ההוראה של המורים הזוכים להערכות גבוהות במיוחד (קבוצה 2).

מראי מקומות

- קרמר-חיון, ל' (1991). הערכה עצמית של מורים כמנוף להתפתחות מקצועית, דפים 13, ירושלים, מכון מופת, עמ' 9-23.
- רנד, י' (1992). הוראה רפלקטיבית: תורה היא ולימוד היא צריכה, בתוך: מ. זילברשטיין (עורך) *הערכה בתכנון לימודים ובהוראה*, ירושלים, משרד החינוך והתרבות, עמ' 21-29.
- Abrami, D.C. et.al. (1990). The Validity of Student Rating of Instruction: What we know what we don't. *Journal of Educational Psychology*, 82, pp. 219-231.
- Braskamp, L.A., Brandenburg, D.C., Kohen, E., Ory, J.C. & Mayberry, P.W. (1984). *Evaluating Teaching Effectiveness. A Practical Guide*. Beverly Hills, Sage Publications.
- Broder, J.M. & Dorfman, H.J. (1994). Determinants of Teaching Quality: What's Important to Students? *Research In Higher Education* Vol. 35, No. 2.

- Arter, J.A. (1993). Use of the Teaching Portfolio and Students' Evaluations for Summative Evaluation, **Paper presented at the American Educational Research Ass. Conference. April '93.**
- Barton, R., Hutchings, P. & Quinlan, K. (1991). The Teaching Portfolio: Capturing the Scholarship in Teaching, **The American Association for Higher Education. Washington.**
- Berman, K.A. (1989). Instructional Effectiveness of College Teaching as Judged by Teachers Themselves: Current and Former Students, Colleagues, Administrators and External (Neutral) Observers, **Research in Higher Education, 30.**
- Bursh, H.W. (1992). A Longitudinal Perspective of Students' Evaluations of University Teaching: Ratings of the Same Teachers Over a 13 - Year Period, **Paper Presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Ass, April '92.**
- Chen, E.A. & Lennox, W.C. (1987). Measurement of Quality of Teaching and Courses by Single Question Versus a Weighted Set. **European Journal of Engineering Education 12, (4), pp. 329-335.**
- Chen, L.W. (1984). A Meta Analysis of Courses' Evaluation Data and Its Use in the Tenure Decision, **Research in Higher Education, 21 (2), pp. 150-158.**
- Cramer, J.G. & Ston, E.F. (1991). Effects of Grading Practices and Time of Rating, of Student Ratings of Faculty Performance and Student Learning, **Research in Higher Education 32, (2), pp. 195-215.**
- Davis, A. & Hativa, N. (1993). Using a Single Score for Summative Teacher Evaluation by Students, **Research In Higher Education, Vol. 35 (5).**
- Dion, D.A. (1983). **The Reflective Practitioner.** New-York, Basic Books.
- Dion, D.A. (1987). **Educating the Reflective Practitioner.** San-Francisco, Jossey-Bass Pub.
- Edelman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundation of the New Reform, **Harvard Educational Review, 51, pp. 1-22.**
- Ellis, K. (1991). **The Schoolteacher Portfolio: Practical Issues in Design, Implementation, and Evaluation,** Phi Delta Kappa, October, pp. 129-136.

קשיים ובעיות בהבנת הנקרא בשפה זרה אצל סטודנטים דוברי עברית. חקר מקרה.

תקציר

אימון הכרוך בשימוש באסטרטגיות קריאה מגוונות כבסיס מתודולוגי להוראת הבנת הנקרא, הוא אחד האספקטים החשובים בגישה להוראת הבנת הנקרא בשפה זרה, מתוך הנחה שחיקוי התנהגות הקריאה של "הקורא הטוב" ישפר את יכולת ההבנה. אך ההתבוננות בשטח מצביעה על תסכול של הרבה לומדים דוברי עברית, על פער בין דרישות ליכולת ועל חוסר יכולת להתמודד עם טקסטים בשפה זרה גם לאחר סיום הקורסים.

לפיכך חשוב היה לנסות לחשוף את המתרחש בקורסים אלה מנקודת מבטם של הלומדים עצמם בסיטואציות טבעיות. המחקר בדק התרחשות טבעית באופן הוליסטי במטרה להבינה. המחקר חשף שתי בעיות דומיננטיות ביותר בעיני הסטודנט הלומד, דובר העברית, המעכבות את הצלחתו בהבנת הנקרא בשפה זרה. האחת היא בעיית אוצר המלים, בעייה זו תדרוש תשומת-לב בתכנון ההוראה, והשנייה היא בעיית ההערכה. ייתכן, שגיוון ההערכה בדרכים חלופיות יתרום לפתרונה.

חשיבות המחקר במישור המעשי היא שימוש בידע שנחשף בתכנון ההוראה וההערכה. במישור העיוני – שימוש במתודה אנכותית ככלי לחשיפת ההתנהגות הסמויה של הלומד האינדיבידואלי על מנת להעמיק בעולמו ולהבין היטב את דרכי למידתו.

הבנת הנקרא מורכבת מבניית משמעות הטקסט המספק אינפורמציה חדשה, וידע קודם. (Johnston, 1990). אצל האדם המבין את הנקרא מתרחש תהליך של עיבוד אינפורמציה. בקצה האחד של התהליך הוא קולט בעיניו כתמי צבע המזוהים כאותיות, מלים או משפטים, ובקצה האחר נולדת במוחו פיסת משמעות. תהליך ההבנה הוא מורכב. לפעמים הוא מצריך מאמץ וזמן ממושך, ולפעמים הוא פשוט, מתרחש במהירות, בלא מאמץ ובאופן אוטומטי. תכונות אחרות של האדם חשובות בניתוח פעולת הבנה ספציפית: יכולת כללית, הבנת כוונת הדברים, מצב רוח, ידע קודם ועוד. הידע השמור בזיכרון – מאורגן ובנוי מחלקי ידע שיש ביניהם קשרים. הקשרים מאפשרים להגדיר חלק ידע מסוים. קשרים אלה נוצרים על-פי חוקי היגיון וסיבתיות שאף הם חלק מהידע האנושי. דרגות שונות בהבנה משקפות דרגות שונות של קישוריות. תכונותיהם של הקורא והטקסט הם בעלי חשיבות עליונה באשר ליעילות הקריאה. הקריאה היא מפגש בין הקורא לטקסט. ה"תכונות המיוחדות של שניהם הן הקובעות את תוצאות המפגש הזה. (שימרון, 1989).

ההתפתחויות האחרונות בחקר הקריאה רואות את תהליך הבנת הנקרא כתהליך דינמי המורכב מאינטראקציות רבות. הקורא, הטקסט והקונטקסט משפיעים על הקריאה ומשפיעים זה על זה, וכל אלה משפיעים על בניית משמעות הטקסט. מזווית אחרת נראה התהליך כאינטראקציה של הקורא התורם את ידע הרקע שלו, והטקסט המספק אינפורמציה חדשה שתעובד אחר-כך ותתווסף לאוצר הידע של הקורא (Olshtain, Feuerstein & Scholnik, 1988). התהליך הוא אינטראקטיבי גם בשל אינטראקציות רבות של מרכיבים רבים ושל מיומנויות המתרחשות בו בזמן. אינטראקציה זו מביאה לידי הבנת נקרא שוטפת (Carrel, 1988b). שתי פרספקטיבות אלה משלימות זו את זו. "קריאה שוטפת היא תוצר של מאמץ ארוך-טווח והתפתחות הדרגתית" (Grabe, 1991).

מחקרים הראו שה"קורא הטוב" (The "Good Reader") משתמש באסטרטגיות קריאה רבות ומגוונות (קריאה מרפרפת, מציאת רעיון עיקרי מתוך הקטע, סריקה, רצף ועוד). באופן יעיל, לעומת ה"קורא הגרוע" (The "Poor Learner"). על בסיס מידע זה נבנו מתודולוגיות של הוראת הבנת הנקרא בשפה זרה, המדגישות את אימון הסטודנטים בשימוש באסטרטגיות קריאה במטרה לחקות את התנהגות ה"קורא הטוב" (Levine, Oded, Statman, 1989). הרעיון הוא שאימון יעיל ושימוש רב באסטרטגיות של הבנה ישפרו את יכולת הבנת הנקרא של הסטודנטים. קורסים להבנת הנקרא בשפה האנגלית לסטודנטים הלומדים לקראת תואר B.A. הם קורסי חובה. מטרתם העיקרית היא להכשיר סטודנט שיהיה מסוגל להבין טקסט מדעי-מחקרי בשפה האנגלית, בתחומי ידע שונים. הלימוד בקורסים אוניברסיטאים לתואר ראשון מותנה בהצלחה בקורס לאנגלית. הרמה הנדרשת היא רמה של הבנת טקסט בשפה ריטורית. סטודנטים רבים מתלוננים על דרישות גבוהות ביחס לרמת היכולת. אחוז ניכר של סטודנטים מפתחים רגש של תסכול. רגש זה קיים גם לאחר שסיים הסטודנט קורס חובה באנגלית. פניות (בעיקר מאורגנות) של סטודנטים הלומדים לתואר ראשון ושני, למתרגמים, לשם תרגום חומר החובה הביבליוגרפי הדרוש למבחניהם – הן מחזה שכיח המתנהל מתחת לפני השטח. עובדות אלה שימשו בסיס לניסיון לחשוף את המתרחש אצל הסטודנטים בקורס לאנגלית. הכלים התיאורטיים הקיימים אינם מספקים תשובה משביעה רצון למצב, והמחקר הציב שאלות שבעקבותיהן פנה למתודה איכותית. המחקר מציג את הנתונים מפרספקטיבה של הנחקרים ומנטרל בכך הטיה תרבותית או אינטלקטואלית אפשרית מצד החוקר (Jacob, 1987).

חקר המקרה

מחקר זה עקב אחר כיתת לימוד אוניברסיטאית אחת במהלך קורס סמטריאלי אחד. מערך המחקר היה מערך אינדוקטיבי, או "emergent" (Jacob, 1987). המחקר ניסה להגיע לראייה מעמיקה של חווית הלימוד בתנאים טבעיים על מנת לחשוף ממצאים שאולי לא עלו עד כה בדרכים אחרות. שאלות המחקר היו שאלות נטורליסטיות מושגיות שנבעו ממצב עמום שהיה צורך להסבירו. השאלות היו כלליות, זמניות וגבולותיהן הוגדרו במהלך המחקר. ההשערות ניבנו תוך כדי איסוף הנתונים. (Goets & Le Compt, 1984). מהלך המחקר היה מהלך של Grounded Theory – בניית רעיון או מושג מתוך הנתונים. מהלך זה הוא דרך חשיבה של המשגת הנתונים (Glazer & Strauss, 1967). ראשיתו הייתה הגדרות של מוקדי מחקר, אחר-כך חיפוש אחר דפוסים פנימיים, תבניות, אפיונים וחוקים בתוך אוסף הנתונים המרכיבים אותו. תיקוף המסקנות נעשה על-ידי בדיקה חוזרת של הנתונים ואיסוף נתונים נוספים שהביאו לאישוש המסקנות ולהגדרה מחודשת של התחום הנחקר והמסקנות אשר הוסקו, עד אשר נוסחו סופית, לאחר שלא היו עוד נתונים אשר סתרו אותם. ניתוח כזה איננו סוף המחקר. הניתוח מעלה שאלות פתוחות המביאות לנתונים נוספים. התהליך מסתיים כאשר אין נתונים חדשים המצביעים על ראיות חדשות סותרות (Denzin & Lincoln, 1994). המהלך היה רפלקטיבי מצד החוקר. החוקר הביא בחשבון את כל האינטרפרטציות של הנחקרים על התהליך ועל עצמם ועיבד אותם עם נתונים נוספים ועם האינטרפרטציות שלו במשך כל תקופת הקורס. תוצאת ניתוח כזה היא סינטזה, רעיון שניבנה במהלך המחקר עקב פעולות גומלין אלה. הניתוחים נעשו מדי חודש. כשכל שלב סיכום – מעלה שאלות נוספות. ההשערות הסופיות התפתחו ונקבעו במהלך המחקר. מכאן, שהתמונה הסופית של סינטזה כזו מצויה תדיר בתהליך של עיצוב וגיבוש, בתהליך של רצף מעגלי (Glazer & Strauss, 1967).

שאלת המחקר הייתה: מהם הקשיים והבעיות בהבנת הנקרא של השפה האנגלית אצל סטודנטים דוברי עברית?

הנחקרים: היו סטודנטים שעברו מבחן מיון וסווגו כמתאימים לקורס לאנגלית. הצלחה בקורס מקנה זכות ללמוד לתואר ראשון באוניברסיטה. מס' הסטודנטים היה 21. מהם 5 גברים ו-16 נשים.

תיאור המקום: כיתה אוניברסיטאית רגילה. אווירה נעימה. בחדר הכיתה אמצעים טכנולוגיים להוראה. אופן ישיבה נוח למדי ללמידה. המסגרת הפיזית של הקורס מאפשרת גישה אינדיבידואלית לכל סטודנט: מקום מרווח ושולחן אישי. אופן הישיבה גמיש ומגוון, לעיתים במעגל, לעיתים בקבוצות ולעיתים בזוגות.

תיאור הקורס: הגישה הכללית בקורס מבוססת על תיאוריה פסיכולינגוויסטית הרואה בקריאה תהליך של עיבוד נתונים, שבמהלכו מתקיימת פעולת גומלין בין מחשבה לשפה. הקורא לפי גישה זו, איננו קורא פסיבי, אלא משתתף אקטיבי. המשתמש בכמה מערכות מפתח של ידע כללי ולשוני כדי לשחזר את המידע הטמון בכתוב. הקורס נועד להקנות כלים לקריאת טקסטים באנגלית על מנת להכין את הלומד לקריאה עצמית ויעילה של חומר ביבליוגרפי, שעליו לקרוא במהלך לימודיו האקדמיים. החומר הלימודי בקורס כולל טקסטים מתחומי דעת שונים:

פסיכולוגיה, חינוך, כלכלה, מדע המדינה, היסטוריה, סוציולוגיה, בלשנות ואחרים. השיעורים מוקדשים להקניית אסטרטגיות קריאה וליישומן בתהליך הקריאה. המאמרים כוללים שאלות הבנה ותרגילי לשון. חומרי הלימוד הם: ספרי לימוד ומבחר טקסטים משוכפלים. הקורס אמור להתנהל בשפה האנגלית.

כלי המחקר היו: "תצפיות לא משתתפות", ראיונות, רשימות שדה, מחברות של סטודנטים, ריאיון המורה, רפלקציות של סטודנטים, שנרשמו תוך כדי ביצוע משימות או לאחריהן, והערכות המורה את המטלות שהוטלו על הסטודנטים.

תוקף: התוקף במחקר האיכותי מוגדר כהלימות בין התיאור וההסברים המדעיים ובין התופעה (צבר, בן יהושע, 1990) התוקף הפנימי עניינו בשאלה באיזו מידה תיאור המציאות אשר אנו חוקרים אכן מדויק. זהו התוקף הבסיסי במחקר האיכותי, בלעדיו אין שום תוקף אחר. לדיוק שני פנים: תוקף תוכן ותוקף מבנה:

א. **תוקף התוכן:** עוסק בתיאור נכון ומדויק של ההתרחשויות. זוהי ההלימה בין מה שהחוקר תכנן לבדוק לבין מה שהוא חקר בפועל.

לבדיקת תוקף איסוף הנתונים בתצפיות:

1. הוקפד לרשום דברים כהוויתם, ובשיטת התיאור הגרוש.
2. הרקע לתצפיות תואר בבירור (מקצוע, מקום, שעה, נושא, אנשים).
3. המחקר וידא שהנתונים הנצפים ייצגו התנהגות נורמלית, טבעית, ושלא יהיו מושפעים מנוכחות החוקר או מפעולות המחקר. דבר זה הושג על-ידי נוכחות רצופה של החוקר והצופים שלא עוררה תשומת-לב מיוחדת מצד הנחקרים.
4. הוקפד להפריד בין המזכרים המחשבתיים לבין תיעוד הנעשה בכיתה.
5. דברי הנחקרים נרשמו בלשונם, בעברית ובאנגלית, בשיבושים ובלא שיבושים, בדיוק כפי שנאמרו.
6. ההתנהגות הבלתי וורבלית תועדה במדויק.
7. להשגת תוקף תוכן גבוה יותר, נערכה השוואה בין עבודת החוקר לבין זו של תצפיתן נוסף לגבי מדרגם מקרי של תצפיות.

לבדיקת תוקף איסוף הנתונים בראיונות:

הוקפד לרשום כל מלה שנאמרה בדיוק כפי שנאמרה. נעשה שימוש ברשמקול לצורך השלמות.

ב. **תוקף המבנה:** בודק באיזו מידה המסגרת התיאורטית שלפיה אנו פועלים אכן מיוצגת במציאות שאותה אנו חוקרים. באיזה מידה המבנים שבנינו והיחסים שמצאנו אכן קיימים בפועל במציאות שאנו חוקרים. כדי לתקף את הסברי החוקר לפעולות הנצפות בוצעו מספר פעולות:

לתיקוף השלב הראשון של הקידוד השתמש המחקר באנשים נוספים שקיבלו מס' ראיונות ותצפיות והתבקשו לאתר מוקדי מחקר. אחר-כך נבדקה ההתאמה בין מוקדי המחקר שלהם

לבין מוקרי המחקר שנבחרו על-ידי החוקר. לתיקוף הקידור המוכוון השתמש המחקר במומחים שקידרו מדגם של נתונים. נמצאה התאמה בין עבודתם לבין עבודת קידור החוקר. לתיקוף הפרשנות נעשה שימוש: 1. בהצלבה – ושעמדה על הדומה והשונה בפרשנות שפירשו החוקר והנבדקים את אותן תופעות. ו-2. בשילוש (Triangulation) – נתוני התצפיות, ההקלטות, הראיונות והרפלקציות (הרהורי הלומד) תיקפו זה את זה (denzin, 1994). כל מקור נותח בזהירות כאילו הוא משמש "רמז" לתהליך. רק לאחר התיקוף, בעזרת מקורות נוספים נקבעו המסקנות (Meichenbaum, 1980).

ג. התוקף החיצוני:

תוקף חיצוני בודק באיזו מידה המבנים המופשטים והנחות המחקר ישימים גם בנסיבות אחרות. במחקר האיכותי קיימת הכללה נטורליסטית ולא סטטיסטית. הגישה האיכותית רואה בכל הכללה אפשרות של השערה העומדת לבחינה מחודשת. שכן, כל מציאות נמצאת בתהליך אבולוציוני מתמיד. גישה זו רואה רב-ממדיות בחקר. נקודות מוצא שונות באות לידי ביטוי בו: אנשים, סביבה, אירועים תהליכים, זמן. רב-הממדיות הוא מדר מכליל. מטרת המחקר הייתה הבהרה והבנה של תהליך. והמחקר ביקש להראות דווקא את הטיפוסי שבתופעה הנחקרת, ועד כמה היא ניתנת להשוואה עם תופעה אחרת. לכן כאשר התוקף הפנימי גבוה, יהיה גם התוקף החיצוני גבוה באותן נסיבות. כלומר, לאחר שהוכח תוקף פנימי גבוה, ניתן לנסות למצוא ממצאים דומים בסיטואציות דומות (Goetz & Le Compt, 1984; Denzin & Lincoln, 1994).

מהלך המחקר

א. מתוך התצפיות הראשונות והתרשמויות החוקר והצופים עלו מוקרי מחקר ראשונים שעודכנו בכל פעם מחדש תוך כדי זרימת נתונים ממקורות מידע מגוונים. אחר-כך נקבעו הקטיגוריות.

ב. תהליך קביעת הקטיגוריות לניתוח וקריטריונים להגדרתן הוא כדלקמן: הבסיס לבחירת הקטיגוריות היו התצפיות, הראיונות והמזכרים המחשבתיים או הביאורים שאליהם חזר החוקר מספר פעמים. הקטיגוריות עלו מתוכן. בנוסף לכך נעזר החוקר:

1. בסיעור מוחין עם מומחים למקצוע.

2. בידע קודם.

3. בקריאת חומר תיאורטי בנושא.

ג. שיטת הניתוח:

הקטיגוריות עודכנו וגובשו שוב ושוב לאחר כל תצפית וריאיון, בשיטת ההשוואה המתמדת שפותחה על-ידי Glazer & Strauss (1967). מטרת ההשוואה המתמדת היא ליצור קטיגוריות ניתוח והיגדים על מערכות יחסים ואיטרקציות בתוך מערך מסוים. לאחר צפייה וגזירת קטיגוריות מתוך אינפורמציה המתקבלת משיעור אחד, מתווספת אינפורמציה ממקורות אחרים. הקטיגוריות מתעדכנות בכל פעם מחדש כאשר אינפורמציות נוספות מגיעות. התהליך הוא מבני וגמיש, ומורכב מיחידות ניתוח אחדות: היגדים, משפטים, שאלות ותשובות, או אוסף של משפטים שהוא הבעת דעה של נחקר עד שמשוהו קוטע

אותה. מהלך הניתוח מלווה בכתיבה שמטרתה לפתח תיאוריה. מטרת השימוש בשיטה זו במחקר היא בעיקרה הרצון לנסותה כדי להשתמש בה בעתיד במחקרים שיש בהם מקורות רבים של נתונים. בהמשך העבודה, כשהמטרה והשאלות מוגדרים, דומה מהלך העבודה לשיטת האינדוקציה האנליטית, כשהמטרה הסופית היא אותה מטרה.

לאחר שלב הקידוד הראשוני נשלחו תצפיות: מס' 2, ומס' 5, וראיונות מס' 1, ומס' 3, ל-3 אנשים, שהתבקשו למצוא נושאים החוזרים על עצמם. ההתאמה ביניהם ובין החוקר הייתה מלאה. שלב הקידוד השני התחיל כאשר הראשון עדיין לא הסתיים. הקטיגוריות הופיעו ככותרות והחוקר חיפש היגדים ומשפטים רלבנטיים לקריטריונים שלהם. אחר-כך נבדקה ההומוגניות של הקריטריונים בקטיגוריות. לאחר מיונים נוספים, שיפוץ הגדרות של כותרות, הרחבות ועידכונים, נערכה בדיקה של כל יחידות הניתוח בתוך הקטיגוריות. 100% היחידות נמצאו בטבלה, אף יחידה אחת לא הופיעה פעמיים בשתי קטיגוריות שונות. זה היה שלב עיבוד האינפורמציה. תהליך הניתוח המעגלי הלך והצטמצם. אחר-כך הגיע תהליך הקידוד הסלקטיבי תוך כדי סקירת ספרות שהביא לקיבוץ כל הנתונים יחד. כל החומר קודד לפי הקטיגוריות הקיימות. בשלב זה מכוונת מערכת הקטיגוריות את החוקר בקידוד החומר הנוסף עד לשלב הרוויה. לאחר שלב הקידוד השני התבקשו 3 שופטים מומחים בתחום, לנתח מס' דפי ריאיון, מס' דפי תצפית ומס' דפי רפלקציות (הרהורים) כתובים, לפי מערכת הקטיגוריות, כדי לבדוק את תוקף הניתוח של החוקר. בעקבות שיפוט זה, אוחדו שתי רשימות של קריטריונים לרשימה אחת, נערכו עוד כמה תיקוני התאמה, עד שהתקבלה הסכמה מלאה.

רשימת הקטיגוריות לניתוח והקריטריונים להערכתם הייתה:

1. התייחסות כללית של הלומד למקצוע ולקורס:

- א. היגדים או משפטים המביעים יחס של כבוד למקצוע, מעמידים אותו במקום חשוב, ומתייחסים אליו כאל אתגר שאפשר להתמודד איתו.
- ב. היגדים ומשפטים המאשרים את קיומה של סטיגמה שלילית ביחס להצלחה במקצוע, ומביעים חוסר מוטיבציה, יאוש.
- ג. היגדים ומשפטים המתייחסים לקורא עצמו, למדיניות שלו, לאווירה, למורה.
- ד. היגדים ומשפטים המביעים התייחסות פרקטית להתמודדות עם המקצוע.

2. קשיי הלומד הנובעים מאוצר מלים דל:

- א. היגדים ומשפטים של לומדים המביעים קשיים ודרכי התמודדות עם בעיית אוצר המלים בכלל.
- ב. היגדים ומשפטים של לומדים המביעים תחושה של קושי בהתמודדות עם השפה בגלל יכולת נמוכה ביחס לדרישות, וחוסר ידע בסיסי של אוצר מלים.
- ג. היגדים ומשפטים של לומדים המביעים קשיים בהבנת הנקרא – בגלל חוסר ידע של מלים הקשורות לנושא הטקסט, אי-קריאה מספקת ואי שימוש בשפה.
- ד. שאלות של תלמידים על פירושי מלים המכוונות למורה.
- ה. שאלות של תלמידים על פירושי מלים המכוונות לעמית.

3. קשיים בהסברי המורה. שימוש בשפת האם ו/או בשפה הזרה בהסברי המורה.

- א. הסברים והוראות של המורה בשפה האנגלית בלבד.
- ב. הסברים של המורה בשפה האנגלית מלווים השלמות ותוספות בעברית.
- ג. הסברים של המורה בשפה העברית עם השלמות ותוספות באנגלית.
- ד. היגדים ומשפטים של תלמידים המביעים קשיים בהבנת הסברי המורה.
- ה. תשובות, הסברים או פניות של המורה אל התלמידים בעברית בלבד.

4. קשיי הלומד בדיבור הבאים לידי ביטוי בשימוש בשפת האם בכיתה.

- א. שימוש בשפת האם – עברית, בפנייה אל המורה כשמתעוררת בעיה בעניין הבנת טקסט, או כשמתעורר צורך לדבר בשיעור תוך כדי מילוי משימות.
- ב. שימוש בשפת האם – עברית, בפנייה אל עמית כשמתעוררת בעיה טכנית או תוך כדי מילוי משימה.
- ג. שימוש בשפה זרה – אנגלית, בפנייה אל המורה או אל עמית או בעת מתן תשובה.
- ד. משפטים המביעים התייחסות של הלומד לדיבור בשפה האנגלית.

5. קשיי הלומד הנובעים מחרדה מפני כישלון במבחן.

- א. היגדים ומשפטים המביעים מתח וחרדה מפני המבחנים, הקובעים.
- ב. היגדים ומשפטים המעריכים את תוקף המבחנים ואת מהימנותם.
- ג. היגדים ומשפטים המביעים את התייחסות המורה למבחן.
- ד. היגדים ומשפטים המביעים חרדה מהגבלת הזמן במבחן.
- ה. היגדים ומשפטים המביעים התייחסויות טכניות והתייחסויות כלליות לגבי מדיניות של מבחנים ועבודות.
- ו. היגדים ומשפטים והערות חיוביות וניטרליות על מבחנים.

6. אחר. התייחסויות אישיות של נחקרים.

קטיגוריה זו כוללת אינפורמציה שהנחקרים נתנו על עצמם. לאחר מכן אותרו קטיגוריות הגרעין ונותחו הממצאים.

איתור קטיגוריות הגרעין, ניתוח הממצאים ודיון.

ההתייחסות הכללית למקצוע מאשרת את קיומה של סטיגמה שלילית לגביו. "סטודנטים מקטרים כל הזמן" (ריאיון נ', 8). "ועל האנגלית הייתי מוותרת. בכל אופן, זהו אילוף" (ריאיון נ', 2). הבעיה העיקרית העולה מהתייחסות הנחקרים היא הקושי וחוסר התועלת שבלימוד הקורס לאנגלית. ייתכן, שמקורן של התייחסויות אלה הוא חוויה של כישלונות רבים בהיסטוריה הלמידה של המקצוע ומשום כך הלומדים "פסימים לגבי הצלחתם" (ריאיון ש', 3). גם מתוך התייחסויות אופטימיות של לומדים, הרואים עצמם מצליחים באשר ליכולתם להתמודד עם המקצוע, עולה עניין הקושי: "לא הולך בקלות... ואני גם מקטרת" (ריאיון נ', 9). מתוך מציאות זו עלתה שאלת הקשיים והבעיות בהבנת הנקרא בשפה אנגלית אצל תלמידים דוברי עברית.

הקטיגוריות העיקריות, המרכזיות שעלו מתוך כל הממצאים הן שתיים. האחת מתקשרת להוראת המקצוע והשנייה – לאופן הערכתו.

א. **נתייחס תחילה להוראת המקצוע:** תהליך ההכנה המורכב מערב בתוכו תכונות רבות של הקורא ותכונות שונות של הטקסט: צורת אותיות, גודלן, צפיפותן, אופי הכתב, מבחר המלים, תחביר, ארגון רעיונות ועוד. גורמים רבים נוספים, כגון מאפייני הסיטואציות, מצטרפים אליהם. כל אלה קובעים את יעילות הקריאה, המורכבת ממהירות ודיוק (שימרון, 1989). גם אם ניישם את מודל ה"הוראה לקראת שליטה" ונתקדם בטקסטים לפי רמת קושי, תתעורר בעיית האינדיבידואליות. כלומר, רמת הקושי תהיה תמיד שונה מקורא לקורא. תהליך הקריאה מורכב ומסובך ויש לו השלכות על תחום ההוראה שלו.

אחד הרעיונות החשובים, המנחים את ההוראה בשפה זרה בשנות התשעים הוא, שאימון טוב ושימוש רב באסטרטגיות של הבנה ישפרו את יכולת הבנת הנקרא של הלומדים. ואכן דבר זה נעשה בעקביות.

מתוך ממצאי מחקר זה עולה בעיה דומיננטית עיקרית אחרת, שאולי לא הובלטה מספיק בעבר. קטיגורית הגרעין המבטאת בעיה זו היא קטיגוריה מס' 2 – בעיית אוצר המלים הדל. אמנם תמיד נשמעו קולות של מורים, שטענו שהקניית אוצר מלים חשובה יותר מהקניית אסטרטגיות, ויש לתת את הדעת על כך. מחקר זה חושף בבירור את בעיית אוצר המלים כבעיה העיקרית. רכישת אוצר המלים נראית בעיני התלמידים "משימה בלתי ניתנת להשגה" (ריאיון ל', 4). הלומדים מציינים קשיים רבים בהתמודדות עם בעיה זו. הם מרבים לשאול הן את המורה והן את עמיתיהם שאלות הקשורות לתרגום מלים בלתי ידועות.

לקטיגוריות מס' 3 ו-4 זיקה ישירה לקטיגורית הגרעין. מתוכן עולה שרוב האינטראקציה הוורבלית המתרחשת בכיתה מתבטאת בפניות למורה ולעמיתים בעניין פירושי מלים (קטיגוריה מס' 4), ולמעשה, עיקר התקשורת הוורבלית בכיתה נעשית בשפת האם – עברית. בעוד המורה משתדלת לעיתים לדבר גם בשפה אנגלית (קטיגוריה מס' 3), הלומדים אינם מנסים כלל. הלומדים לא גילו יוזמה לתקשר בשפה האנגלית. להיפך, הם תקשרו בחופשיות בשפה העברית. רק כשהתבקשו הלומדים לענות על שאלות מתוך טקסט הם קראו את התשובה מהטקסט באנגלית. "אינני בטוחה בעצמי בשיעור ברמה שמאפשרת לי לדבר אנגלית" (ריאיון ש', 4). אומרת אחת הלומדות, הנחשבת בכיתה זו לתלמידה "טובה".

קשיים בהבנת הנקרא בגלל אוצר מלים דל באים לידי ביטוי בשימוש הרב בשפה העברית שעושה המורה: בהסברים, במתן הוראות, ובפניות אל הלומדים במהלך השיעור (קטיגוריה מס' 3). גם אם המורה מתחילה לדבר אנגלית, היא עוברת מהר מאוד לתרגום או לדברי להסבר דבריה בעברית. פעמים רבות אף אינה מנסה כלל להסביר באנגלית והיא פונה אליהם בעברית בלבד. תמונה מספרית של הסברי המורה בשיעור היא הוכחה להתנהגות הגלויה על פני השטח.

טבלה לשפת הסברים של המורה בשיעורים

שפת הסברים	הסברים בעברית	הסברים באנגלית	הסברים באנגלית מלווים תרגום לעברית השלמות ותוספות בעברית	הסברים בעברית מלווים תוספות מלים באנגלית
כמות הסברים ב-%	27.9	32.41	20.6	19.1

ואפשר לראות זאת גם כך:

תמונה לשפת הסברים של המורה בשיעורים

27.9%	הסברים בשפה הזרה – אנגלית בלבד
72.06%	הסברים בשפת האם – עברית והסברים בעברית משולבים בהסברים באנגלית

ננסה להבין את משמעות הדברים (Tacit Knowledge) (צבר, בן יהושע, 1990) מנקודת מבטם של הנחקרים. המשפטים המכילים הסברים באנגלית, מלווים תרגום מידי לעברית, והשלמות ותוספות בעברית, הם ארוכים יותר ורבים יותר מהמשפטים הנאמרים באנגלית בלבד. משפט הנאמר באנגלית הוא לעיתים משפט פתיחה למשפטי הסבר אחדים בעברית (תצפית 3 עמ' 5). המורה מרגישה קצת בתקשורת בינה לבין הלומדים בעת ההסבר באנגלית, ומשום כך עוברת מיד להסבר בעברית (ריאיון מורה, 2). הדגש על העברית הוא חזק יותר והוא מורגש גם באינטונציה: המלל העברי הגדוש יותר, מרווח הזמן בין היגוי של מלה אחת להיגוי של מלה אחרת הוא גדול יותר מזה של המלל באנגלית, והמלים בעברית נאמרות בקול רם יותר וביתר הדגשה. בסה"כ זמן השימוש בשפה העברית הוא ארוך יותר מזמן השימוש בשפה האנגלית. השפה שנשמעה בעיקר בשיעור הייתה השפה העברית הן מפי הלומדים והן מפי המורה. זאת למרות הקושי הרב של מורה זו לדבר עברית. מורה זו היא דוברת אנגלית והעברית שבפיה לקויה (תצפית 1, עמ' 8). ברור אם כן, שהייתה מעדיפה לדבר אנגלית באופן שוטף (ריאיון מורה, 1).

דוגמא טובה לדומיננטיות של בעיית אוצר המלים היא אפיזודה שהתרחשה במשך כחצי שעה במהלך השיעור הראשון (תצפית 1, עמ' 2-8): זוג לומדות מנסה לקרוא קריאה דילוגית של טקסט כדי לנבא את תוכנו. בשל אוצר מלים דל הלומדות מתרגמות את הטקסט תרגום מילולי בעזרת מילון. התרגום גוזל זמן רב, ולרוב, למרות התרגום המילולי, הבנת המשפטים השלמים אינה מושגת. התוצאה המתקבלת היא – המשימה איננה מתבצעת כראוי. האפיזודה מסתיימת בהסבר וברישום כל התשובות המלאות על הלוח על-ידי המורה. מן האמור לעיל מתקבל הרושם שיש זיקה בין:

- השאלות הרבות הקשורות לפירושי המלים לבין הקושי בהבנת הנקרא.
 - השימוש הרב בשפה העברית על-ידי הלומדים לבין קשיים בהתבטאות באנגלית.
 - בין השימוש הרב בשפה העברית על-ידי המורה לבין הקושי בהבנת הנשמע של הלומדים.
- מכאן, ניתן ללמוד על זיקה בין ידע של אוצר מלים לבין הבנת הנקרא, הדיבור והבנת הנשמע.

ב. קטיגורית הגרעין השנייה קשורה לאופן הערכת הבנת הנקרא: קטיגוריה מס' 5. מתוך תצפיות וראיונות פתוחים לגמרי צצה ועלתה שוב ושוב כבעיה, כמטרד נפשי כמעט, – בעיית המבחן. "אני בלחץ" (ריאיון נ', 6), "זו קטסטרופה" (תצפית 1, עמ' 6). התלמידים מביעים מתח וחרדה מפני המבחן ובו בזמן מערערים את תוקפו: "יש לי הרגשה שלא בוחנים את ההבנה שלי באנגלית, אלא אולי אינטליגנציה..." (ריאיון נ', 4). "המבחן באנגלית

באוניברסיטה – לא יודעת אם זה בודק " (ריאיון ש', 7). ו-"זה לא משקף ידע באנגלית" (ריאיון נ', 4).

המתח והחרדה מפני המבחן מלווים גם בערעור מהימנותו של המבחן. תלמידה למשפחה דוברת אנגלית מספרת: "נבחנתי פעמיים באותה בחינה בשביל הכיף" (ריאיון נ', 7). בשתי הפעמים היו הבדלים קיצוניים בין התוצאות, ובכל אחת מהן היא סווגה לרמה אחרת. "זה אבסורד" היא מציינת (ריאיון נ', 8). נושא המבחן עלה בשיחות עם המרואיינים גם כשהם נשאלו בעניינים אחרים. מרואינת המעידה על עצמה שהיא תלמידה טובה, אומרת: "אילו לא הייתי מצליחה, אולי הייתי אומרת יותר מזה, אני מכירה מישהו שעשה את הקורס 2 או 3 פעמים... הסטודנטים מקטרים כל הזמן" (ריאיון נ', 8).

גם המורה בהתייחסותיה מלמדת "לקראת המבחן": מ. "במבחן כל הזמן נותנים את התרגיל הזה" (תצפית 2, עמ' 10).

רוב ההיגדים מביעים חרדה ופחד מפני המבחן. ובכל זאת נמצאו גם מס' היגדים חיוביים, כגון: "באנגלית אין עול של לשבת ולטחון חומר לפני המבחן" (ריאיון ש', 6). או "מבחן מדרבן להצליח" (ריאיון ש', 7). הסיבות לחרדה מפני המבחן הן אחדות: הזמן המוגבל, השמירה, הסיטואציה המלאכותית. "כל שנייה הסתכלתי בשעון, זה מאוד מפריע" (ריאיון ש', 7).

ובאשר למדיניות ההערכה, הסטודנטים היו מוכנים לבטל את הבחינות. "אני לא מבינה למה עושים שני מבחנים" (ריאיון נ', 6). "אני מוכנה אפילו לעשות עבודות, אפילו יותר מזה – הרבה עבודות, ובלבד שיבטלו את הבחינות" (ריאיון נ', 10). "בכיף, בכיף שיוסיפו עבודות" (ריאיון נ', 9). ואז "אין לחץ של להספיק, אני בוחרת לי את הזמן, אני קוראת שוב" (ריאיון נ', 10). המבחן מעורר חרדה מכישלון ויוצר סטיגמה שלילית התורמת לחוסר מוטיבציה.

בשנים האחרונות נשמעות דעות נגד ההערכה הסטנדרטית המקובלת, שהיא לעיתים מכשיר לזיהוי חולשות (Uphoff, 1989). לאחרונה נתפסת ההערכה כתהליך מתמשך שהוא חלק אינטגרלי של ההוראה. הנטייה הקיימת היא להתמקד בתהליך הערכה ארוך-טווח, רב-גוני ומקיף. ואכן נמצאו ראיות לפוטנציאל הטמון באסטרטגיות הערכה אלטרנטיביות שונות (Valencia, 1990).

הקשיים העיקריים שעלו מממצאי המחקר הנוכחי: רכישת אוצר מלים והחרדה מפני המבחנים, מחייבים חשיבה בכיוון של הדגש שונה בתכנון ההוראה וההערכה. ייתכן, שהתשובה תהיה תכנון דרכי הערכה אלטרנטיביות שיהיו חלק בלתי נפרד מתהליך ההוראה עצמו.

מראי מקומות

- עבר, בן יהושע, נ. (1990). המחקר האיכותי בהוראה ובלמידה. הוצאת מסדה.
שימרון, י' (1987). הפסיכולוגיה של הקריאה. הוצאת משרד הביטחון.
- Carrel, P. (1988b). Some causes of text boundedness and schema interference in ESL reading, In: P. Carrel, J. Devine & D Eskey (Eds.), **Interactive Approach to second Language Rreading**. pp. 101-113. N. Y. Cambridge Univ. Press.
- Denzin, N.K. & Lincoln, Y.S. (1994). **Handbook of Qualitative Research**. Sage Publications L.A.
- Glazer, B. & Strauss, A.L. (1967). The constant comparative method of qualitative analysis, In: **The Discovery of Grounded Theory: Strategies for Qualitative Research**. Ch. 5. III. Aldine.
- Goetz, J.P. & Le Comple, M.D. (1984). **Ethnography and Qualitative Design in Educational Research**. London. Academic Press.
- Grabe, W. (1991). Current development in second language reading research, **Paper Presented at Tel-Aviv Univ.** Israel.
- Jacob, E. (1987). Qualitative research traditions: A Review of Educational Research. 57/1. pp. 1-50.
- Johnston, P.H. (1990). Assessment in Reading, **Handbook of Research in Reading**, Vol. 1.6.
- Levine, A. Oded, B. & Statman, S. (1985). **Build It Up**. An advanced Course in ESL / EFL Reading Comprehension.
- Meichenbaum, D. (1980). A cognitive behavioral perspective on intelligence, **Intelligence**, 4. pp. 271-283.
- Olstain, E., Feurstein, T. & Scholnik, M. (1988). **The English Files. Cloze for Reading Comprehension Introduction**. Tel-Aviv University. Israel.
- Uphoff, J.K. (1989). Portfolio development & use. Wright State University, Dayton Ohio. **Paper presented at the AERA Conference**.
- Valencia, S. (1990). A Portfolio approach to classroom reading assessment. The Whys Whats, & hows. **The reading teacher**, Vol. 43. no. 4.

התרומה והסכנה של השימוש באינטואיציה לפתרון בעיות במתמטיקה

תקציר

האינטואיציה מהווה את אחד מאמצעי העזר המסייעים לתלמיד להתמודד עם פתרון בעיות ותרגילים במתמטיקה. יחד עם זאת, ההסתמכות על האינטואיציה בצורה בלתי-מבוקרת, תוך כדי דילוג על שלבי ביניים, המחייבים בדיקה או הוכחה, עלולה להביא לסתירות ופתרונות שגויים.

במאמר זה, מוצגות דוגמאות בעלות ערך דידקטי, מתוכנית הלימודים במתמטיקה של החינוך העל-יסודי.

הדוגמאות מייצגות לקט רחב של תרגילים שבהם החיפזון, דילוג על שלבי הוכחה והסתמכות על אינטואיציה גורמים לפרדוקסים ולשגיאות. לדרכי ולשלבי הפתרון של הדוגמאות, מצורפות הערות דידקטיות להבהרת ומניעת טעויות.

מבוא

בלימודי המתמטיקה בחינוך העל-יסודי, מושם דגש מיוחד על יכולת השימוש בטכניקה אלגברית ויישום נכון של נוסחאות. בשל עריפות זאת, קורה שתלמידים מדלגים על שלבי הוכחה יסודיים ומקבלים אותם אינטואיטיבית כנכונים.

מעקב שוטף אחר יכולת ההתמודדות עם החומר הנלמד, מאפשר להבחין בקלות בין שני סוגי תלמידים: המתקדם והחלש. אצל הראשון מבחינים בהבנה עמוקה ויכולת להגיע למסקנות הנכונות אף-על-פי שלעיתים הוא אינו מסוגל להסביר את כל הצעדים שהשתמש בהם לפתרון הבעיה. אצל השני, שאף לו יש הנעה ללמוד, מתגלה פער בין ההתבטאות המילולית לבין היכולת להשתמש במושגים מתאימים.

התבוננות בדרכי פתרון בעיות באלגברה ובהנדסה, שהתלמידים משתמשים בהן, חושפת "חוליות" חלשות, שלעיתים קרובות גורמות לסתירות שונות. מצב זה מחייב את התלמיד לחדר ולהעמיק את החשיבה, כדי ליישב את הסתירה. התמודדות זו עשויה לסייע בהבהרת המושגים הנלמדים.

אנשי מדע, מרגישים את חשיבות ההבנה האינטואיטיבית בכל התחומים. בלימוד המתמטיקה נבחנת המלה "אינטואיציה" מתוך שני הבטים: מצד אחד מציינים שנעשה שימוש בדרך אינטואיטיבית אם בתהליך ההתמודדות עם הבעיה מגיעים לפתרון הנכון ללא בדיקה של כל השלבים הפורמליים. מצד שני, אומרים שנעשה שימוש בדרך אינטואיטיבית טובה, אם ההשערות ודרכי הפתרון נבחרו בצורה נכונה ובאפקטיביות מירבית.

לבעל האינטואיציה הטובה, יש ידע רחב ומעמיק בתחום עיסוקו. יסודות אלו הם שיוצרים את האינטואיציה וכדי לפתחה דרוש תרגול רב. בנושאי למידה מובנים, האינטואיציה מאפשרת לדלג על שלבים מסוימים אך נדרשת בדיקה אנליטית של המסקנות.

ההבנה האינטואיטיבית והחשיבה האנליטית משלימות אחת את רעותה. בעזרת ההבנה האינטואיטיבית אפשר להגיע לפתרון מהיר יותר מזה שיתקבל בעזרת החשיבה האנליטית בלבד. בדרך האנליטית, אי-אפשר להגיע בקלות לפתרון מהיר ונאלצים להסתמך על אינטואיציה כדי להשיגו. אחר-כך מגיעים אל הפתרון הפורמלי באמצעות הדרך האנליטית.

(1982, Bunch; 1988, Lang & Murrow)

אחת המטרות המרכזיות בהוראת הנדסה בחטיבת הביניים היא, הכשרת התלמיד להוכיח עובדות ומשפטים הנדסיים. ויתור על מטרה זו בשלבי הלימוד הראשונים, עלול לגרום לקשיים וטעויות בשלבים הבאים - לימוד פרקי מתמטיקה מסובכים יותר: טריגונומטריה, הנדסה אנליטית וחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.

ניתוח הפתרונות של אוסף בעיות ברמות שונות, שניתנו במסגרת מחקר בכיתות ט'-י"ב, מצביע על כך שחלק גדול מהתלמידים מרלגים על שלבי הוכחה בעיקר בהנדסת המישור. המיומנות נתחלפה באינטואיציה "בזק", שהיא לעיתים מוטה וגורמת לפתרונות שגויים. (מושביץ - הדר

1990; Nowlan & Washburn; 1975, Gardner & Gotcha; 1982)

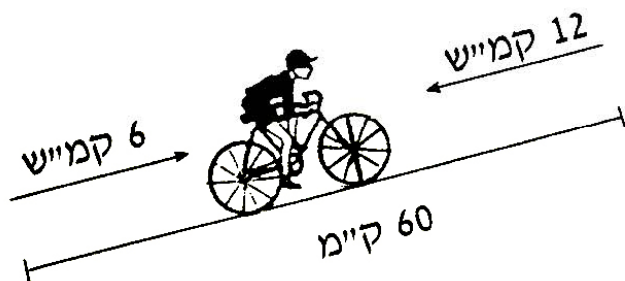
כדי למנוע נפילה "בפח האינטואיציה", חשוב להדגיש שגיאות אופייניות, שתלמידים מרבים לטעות בהן: איבוד פתרונות בשל חלוקה באפס; פתרונות שגויים, המתקבלים מהעלאה בריבוע; חלוקת אי-שוויון במספר שלילי; אי-דחיית פתרונות שאינם מתאימים לבעיה המקורית או לתחום ההגדרה; תעתועי חוש הראייה והסתמכות על שירטוטים לא מדויקים.

להלן תוצגנה דוגמאות מתחומים שונים של תוכנית הלימודים (גורן, 1992-1994) המצביעות על כך שחיפזון, דילוג על שלבי הוכחה והסתמכות על אינטואיציה, גורמות לפרדוקסים וטעויות.

הדוגמאות שנבחרו הן בעלות ערך דידקטי, שכן בכוחן לסייע בהבהרה חדה יותר של מושגים ותהליכים מתמטיים. גילוי פרדוקס במהלך פתרון תרגיל, מהווה הפתעה לתלמיד, ומאלץ אותו לחשיבה מעמיקה ולעריכת בדיקה נוספת. למקצת התרגילים הובאו הוכחות כדי להדגיש את

חשיבותן. לצידם צוינו הערות דירקטיות למניעת טעויות, שמקורן בנימוקים מוטעים.

דוגמא מס' 1 – המהירות הממוצעת



רוכב אופניים נסע בעלייה שאורכה 60 ק"מ במהירות ממוצעת של 6 קמ"ש. את דרכו חזרה הוא נסע במהירות ממוצעת של 12 קמ"ש. בכמה זמן יסע רוכב האופניים בדרך מישורית שאורכה 80 ק"מ אם ירכב במהירות הממוצעת שבה נסע הלך ושוב – בעלייה ובירידה? (ציור מס' 1).

ציור מס' 1

פתרון בדרך א' – המהירות הממוצעת שבה ירכב בדרך המישורית היא: 9 קמ"ש $\bar{V} = \frac{6 + 12}{2}$

ולכן זמן הרכיבה בדרך מישורית יהיה $8 \frac{8}{9}$ שעות $t = \frac{80}{9}$.

פתרון בדרך ב' – זמן הרכיבה בעלייה: 10 שעות $t = \frac{60}{6}$ עלייה. זמן הרכיבה בירידה:

5 שעות $t = \frac{60}{12}$ ירידה. הזמן הכולל (הלך ושוב): 15 שעות $t = 10 + 5$ כולל, ומכאן

המהירות הממוצעת: 8 קמ"ש $\bar{V} = \frac{120}{15}$ דרך כוללת

את הדרך המישורית הוא יעבור ב-10 שעות $t = \frac{80}{8}$

שתי דרכי הפתרונות שונים ותוצאות שונות! מובן שהפתרון בדרך ב' הוא נכון.

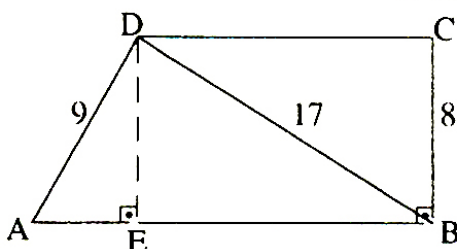
הטעות בפתרון בדרך א' נפוצה מאוד, ונובעת מאי-הבנת המושג מהירות ממוצעת ומבלבול בינה לבין חישוב ממוצע של שני מספרים.

במקרה זה, המהירות הממוצעת נקבעת ע"י ממוצע הערכים ההופכיים של המהירויות:

$$\frac{1}{\bar{V}} = \frac{\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2}}{2}$$

דהיינו, יש להבהיר היטב את המושג מהירות ממוצעת, ולא להסתפק בידע הנרכש מלימוד פיסיקה. לתרגול הנושא מומלץ לתת לתלמידים לחשב את המהירות הממוצעת של מהירויות נסיעה שונות בקטעי דרך שאינם שווים באורכהם.

דוגמא מס' 2 – שטח טרפז – משפט פיתגורס



ציור מס' 2

ABCD טרפז ישר-זווית. אורך אלכסונו הקצר 17 ס"מ $BD = 17$; אורך שוקיו BC ו-AD 8 ס"מ ו-9 ס"מ בהתאמה, (ציור מס' 2; גורן, 1993) יש לחשב את שטחו של הטרפז.

למציאת השטח, יש לחשב את אורך הבסיסים.

פתרון בדרך א' – ע"י שימוש במשפט פיתגורס מוצאים במשולש DCB את אורך DC: $DC = 15$ מ"מ. מורידים את

הגובה DE לבסיס AB מתכונת המלבן שנוצר EBCD, מחשבים באמצעות משפט פיתגורס את אורך AE במשולש AED, כלומר, $AE = \sqrt{17}$ ס"מ.

פתרון בדרך ב' - כבדרך א' מוצאים את אורך DC. באמצעות משפט פיתגורס מחשבים את אורך AB במשולש ADB, כלומר, $AB = \sqrt{9^2 + 17^2} = \sqrt{370}$.

כשמחשבים את שטח הטרפז בשתי הדרכים, מוצאים שיש הפרש קטן בין התוצאות. לפי דרך א': 19.123 ס"מ $= \sqrt{17} + 15$; ולפי דרך ב': 19.235 ס"מ $= \sqrt{370}$. בדוגמא זו, דרך א' היא הנכונה ודרך ב' שגויה, וזאת בשל ההנחה שמשולש ADB ישר-זווית. מבחינה ויזואלית ADB נראה משולש ישר-זווית אך אין זה כך. בחישוב מדויק של גודל הזווית ADB בעזרת טריגונומטריה, נמצא שגודלה 89.194° .

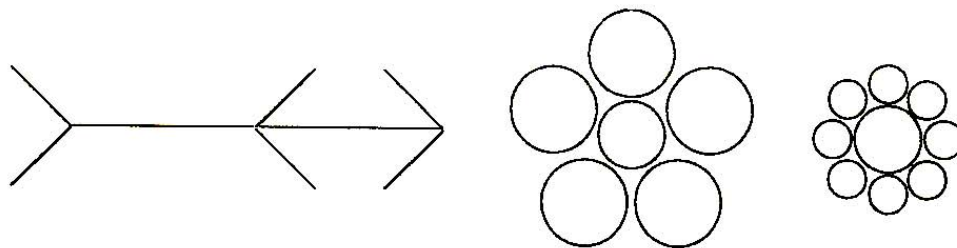
תלמיד הרגיל להסתמך על סימון זווית ישרה בשרטוט (כפי שזווית B מסומנת), קרוב לוודאי שלא יטעה. אולם קורה שזוויות ישרות אינן מסומנות בשרטוט והדבר מצוין רק בתיאור המילולי של הבעיה. כאן הסיכוי לטעות גבוה יותר.

הפרדוקס המתגלה בין שתי דרכי הפתרון, מהווה הזדמנות טובה להדגים לתלמידים את הסכנה שבהסתמכות על חוש הראייה.

נביא שתי דוגמאות קלאסיות לתעתועי הראייה:

הקו השמאלי, שנראה ארוך יותר, שווה בדיוק לאורך הקו הימני. התעתוע (ידוע במקורו "מילר-ליאר") הוא תוצאה של סידור-החיצים.

בדוגמא השנייה נתפס המעגל הפנימי, הנמצא במרכז מעגלים קטנים ממנו, כגדול מן המעגל המוקף מעגלים גדולים ממנו. לאמיתו של דבר, שווים שני המעגלים הפנימיים בגודלם, והטעות מקורה בהשוואה המסתמכת על חוש הראייה.



ציור מס' 3

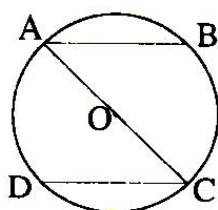
דוגמא מס' 3 - מיתרים מקבילים במעגל

כדוגמא נוספת לאינטואיציה מוטעה, אפשר להביא את דרך פתרון הבעיה הבאה (ציור מס' 4), שנתבקשו לפתור תלמידי כיתה ט' (גורן, 1993).

נתון: AC - קוטר המעגל

$$AB \parallel DC$$

$$AB = DC$$



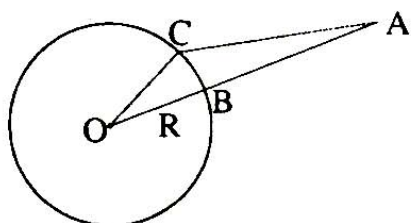
ציור מס' 4

חלק גדול מהפתרונות היו כדלקמן: "מחברים נקודות B ו-D ומתקבל קוטר BD שעליו נמצאת הנקודה O. מכאן שהמשולשים $\triangle AOB$ ו- $\triangle AOC$ חופפים לפי צ.ז.צ. $CO = DO = BO = AO = R$; ו- $\angle DOB = \angle AOB$ (זוויות קודריות). מחפית המשולשים נובע: $DC = AB$ כנדרש להוכיח. יש לתת את הדעת על כך שבפתרון זה שאיננו נכון לא נעשה שימוש בנתון: $AB \parallel DC$. אם רוצים להוכיח בדרך הנ"ל, חייבים תחילה להוכיח שהנקודות B, D ו-O נמצאות על קו ישר, תוך שימוש בנתון-ישרים מקבילים.

דוגמא זו, מצביעה על העובדה, שלמקצת התלמידים חסרה המיומנות של הוכחת כל השלבים בפתרון בעיות הנדסה, וכי ההסתמכות על אינטואיציה מביאה לפתרונות שגויים.

דוגמא מס' 4 – המרחק הקצר ביותר למעגל

יש למצוא את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שמרחקיהן הקצרים ביותר לשני מעגלים נתונים שווים ביניהם. דוגמא זו לקוחה מתוכנית הלימודים ברמה של 5 י"ל.

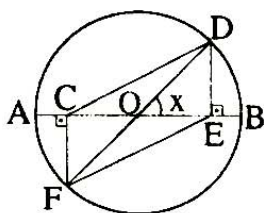


ציור מס' 5

כשתלמידים פותרים את הבעיה, הם בדרך כלל מחליטים, שהמרחק הקצר ביותר מנקודה A עד למעגל שמרכזו O (ציור מס' 5) הוא אורך הקטע AB (נקודת החיתוך של הישר AO עם המעגל).

קביעה זו מחייבת הוכחה פשוטה בתכלית. די להשוות את אורך AB עם AC, כאשר C היא נקודה כלשהי על המעגל ולהשתמש במשפט: "סכום שתי צלעות במשולש גדול מצלע שלישית". ללא הוכחה זו, פתרון התרגיל המקורי לוקה בחסר.

דוגמא מס' 5 – שטח מקסימלי של מקבילית



ציור מס' 6

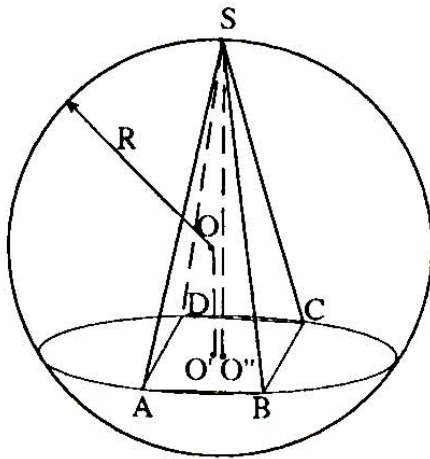
בשלב הפתרון של תרגילים בנושא: "מקסימום מינימום" של חדר"א מסתמכים על עובדות עזר די-ברורות ממבט ראשון, אך מחייבות הוכחה.

בציור מס' 6 נתונה מקבילית CDEF בתוך מעגל. צלעות המקבילית מאונכות לקוטר AB, שעליו מונח האלכסון הקצר CE של המקבילית. נדרש לחשב את גודל הזווית X, עבורה יתקבל שטח מקסימלי למקבילית (גורן, 1992).

גם בדוגמא זו, כבשתי הדוגמאות הקודמות, מרבית התלמידים מציינים ללא הוכחה, שגם FD הוא קוטר במעגל, עובדה זו דורשת הוכחה.

נוכח זאת בדרך השלילה. לצורך זה נניח ש-FD איננו קוטר, אלא מיתר אחר. כיוון ש- $FO = OD$ (אלכסונים במקבילית), הרי הקוטר AB, החותך מיתר זה לשני חלקים שווים, חייב להיות מאונך לו (משפט המתייחס לאנך אמצעי למיתר). דהיינו, $\angle X = 90^\circ$.

מאחר שנתון $\angle DEA = 90^\circ$, הרי בלתי אפשרי ששתי הזוויות במשולש DOE תהיינה בנות 90° , לפיכך FD הוא קוטר.



ציוור מס' 7

דוגמא מס' 6 - פירמידה חסומה בכדור

פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע חסומה בכדור שרדיוסו R (ציור מס' 7). יש למצוא את גובה הפירמידה בעלת הנפח המקסימאלי (גורן, 1992). פתרון בעיה אינו מסובך, אך מסתמך על העובדה שמרכז הכדור נמצא על גובה הפירמידה.

בדרך-כלל, התלמידים מקבלים עובדה זו כטריוויאלית ומשתמשים בה ללא כל התייחסות נוספת.

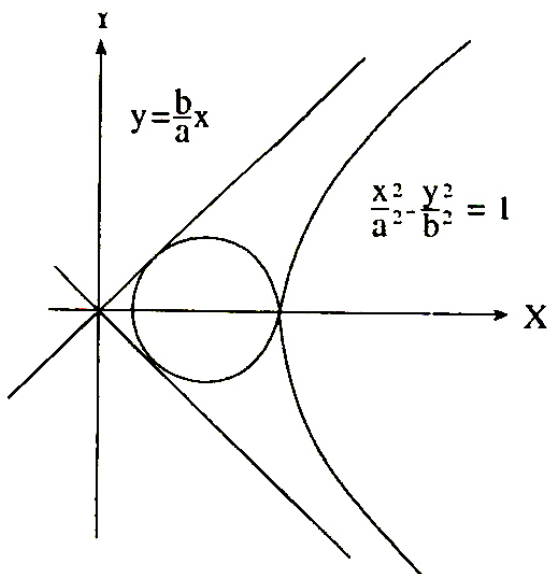
הוכחת העובדה, שהגובה עובר דרך מרכז הכדור, נעשית
ברוך השלילה. המרחקים מהנקודה O (מרכז הכדור)
לקודקודי הבסיס שווים (תכונת הרדיוס). לכן עקבתו של

האנך היורד ממרכז הכדור תהיה בנקודה O' - מרכז המעגל החוסם את בסיס הפירמידה. נניח שגובה הפירמידה איננו עובר דרך מרכז הכדור ועקבתו נמצאת בנקודה O'' . הואיל ונתון שהפירמידה ישרה, חייבת הנקודה O'' להיות במרכז המעגל החוסם את בסיס הפירמידה. דבר זה מחייב התלכדות של הנקודות O' ו- O'' , שמשמעותו שהגובה עובר דרך מרכז הכדור.

בתחום החינוך ל"מתמטיקה מדויקת" מוטלת החובה על המורים לדרוש את ההוכחה הנ"ל במסגרת פתרון התרגיל.

דוגמא מס' 7 - טרפז בעל שטח מקסימלי החסום במעגל

בבעיה נוספת של חשבון דיפרנציאלי נדרשו תלמידים למצוא את הטרפז בעל השטח המקסימלי החסום בתוך חצי מעגל. התלמידים מניחים מראש שהבסיס התחתון מתלכד עם קוטר המעגל וכי הטרפז הוא ש"ש. כל אחת משתי הנחות אלו דורשת הוכחה שאיננה קשה במיוחד. לעיתים ההוכחות של עובדות ההעזר קשות והן דורשות מאמצים משמעותיים, כפי שנראה בדוגמא הבאה.



ציור מס' 8

דוגמא מס' 8 - מעגל המשיק

לפרבולה ולאסימפטוטות שלה

במסגרת לימודי הנדסה אנליטית ברמה של 5 י"ל, נתבקשו תלמידים למצוא את משוואת המעגל הנמצא מימין לראשית הצירים ומשיק להיפבולה קנונית מסוימת ולשתי האסימפטוטות שלה (גורן, 1994).

לא צוינו נתונים נוספים. ההנחה הבסיסית היא שהמעגל נמצא כפי שמתואר בציור מס' 8. לפי ההנחות הללו יש להציג את שתי השאלות הבאות:

א. מדוע הפתרון מחייב שמרכז המעגל נמצא על ציר ה- X ?
 ב. מדוע המעגל המובקש משיק להיפרבולה בנקודה אחת בלבד ודווקא בקודקודה?
 התשובה לשאלה הראשונה פשוטה יחסית בתנאי שיש הטמעת ידע מתחום הנדסת המישור, כלומר, מרכז המעגל, המשיק לשוקיים של זווית, נמצא על חוצה הזווית. בדוגמא שלנו, מדובר בהיפרבולה קנונית, ולכן ציר ה- X חוצה את הזווית שבין שתי האסימפטוטות.

לפיכך, משוואת המעגל היא $(x-t)^2 + y^2 = R^2$ כאשר מרכז המעגל בנקודה $(t, 0)$ ורדיוסו R . כדי לענות על השאלה השנייה נניח, שמעגל משיק להיפרבולה ביותר מנקודה אחת. נניח, שהנקודה (x_1, y_1) היא אחת מנקודות ההשקה שאינה מתלכדת עם קודקוד ההיפרבולה.

תהא $1 = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ משוואת ההיפרבולה, אזי, משוואת המשיק להיפרבולה בנקודה הנ"ל $(y_1 \neq 0)$ היא:

$$y = \frac{b^2 x_1}{a^2 y_1} x - \frac{b^2}{y_1} \quad 1.$$

משוואת המשיק למעגל באותה נקודה היא:

$$(x - t)(x_1 - t) + yy_1 = R^2 \quad 2.$$

או בצורה מפורשת של:

$$y = \frac{t - x_1}{y_1} x + \frac{R^2 + tx_1 - t^2}{y_1} \quad 3.$$

חשוב לציין שמשוואות (1) ו-(3) מציינות את אותו ישר, והוא המשיק המשותף למעגל ולהיפרבולה, משום כך אפשר להשוות את השיפועים ואת מידות החיתוך עם ציר ה- X .

$$\frac{b^2 x_1}{a^2 y_1} = \frac{t - x_1}{y_1} \quad 4.$$

$$x_1 = \frac{a^2 t}{a^2 + b^2} \quad 5.$$

$$x_1 = \frac{t^2 - b^2 - R^2}{t} \quad \text{ממשוואה (5) נקבל}$$

השוואת משוואות (4) ו-(5) מביאה לקשר

$$\frac{a^2 t}{a^2 + b^2} = \frac{t^2 - b^2 - R^2}{t} \quad 6.$$

כעת נבדוק האם המעגל המשיק להיפרבולה ביותר מנקודה אחת, משיק גם לאסימפטוטה של היפרבולה.

נניח שדבר זה אפשרי. כלומר, המעגל משיק לאסימפטוטה $y = \frac{b}{a}x$ בנקודה (x_2, y_2) . כיוון שנקודה זאת נמצאת על המעגל אזי מתקיים השוויון:

$$(x_2 - t)^2 + \left(\frac{b}{a}x_2\right)^2 = R^2 \quad 7.$$

ממשוואה (6) אפשר לחלץ את R^2 ולהציב אותו במשוואה (7).

$$(x_2 - t)^2 + \left(\frac{b}{a}x_2\right)^2 = \frac{b^2 - t^2 - a^2 b^2 - b^4}{a^2 + b^2} \quad 8.$$

נסדר משוואה זו ונקבל משוואה רבועית לגבי x_2 .

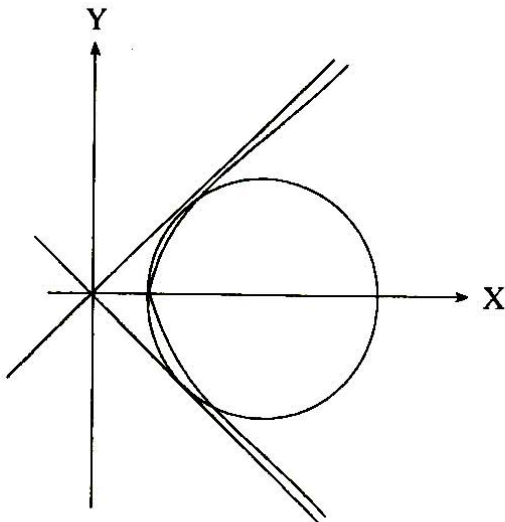
$$(1 + \frac{b^2}{a^2})x_2^2 - 2x_2t + t^2 - \frac{b^2 - t^2 - a^2b^2 - b^4}{a^2 + b^2} = 0 \quad 9.$$

נחשב את הדיסקרימיננטה של משוואה זו.

$$\Delta = 4t^2 - \frac{4(a^2 + b^2)}{a^2} \cdot \frac{a^2t^2 + a^2b^2 + b^4}{a^2 + b^2} = -\frac{4a^2b^2 + 4b^4}{a^2} < 0 \quad 10.$$

מאחר שהדיסקרימיננטה שלילית אין פתרון ממשי למשוואה.

בדרך זו הוכחנו, שאם מעגל משיק לאסימפטוטה של ההיפרבולה, אזי הוא משיק להיפרבולה לכל היותר בנקודה אחת. בהמשך לא קשה להוכיח שנקודת ההשקה חייבת להיות קוקוד ההיפרבולה.



ציור מס' 9

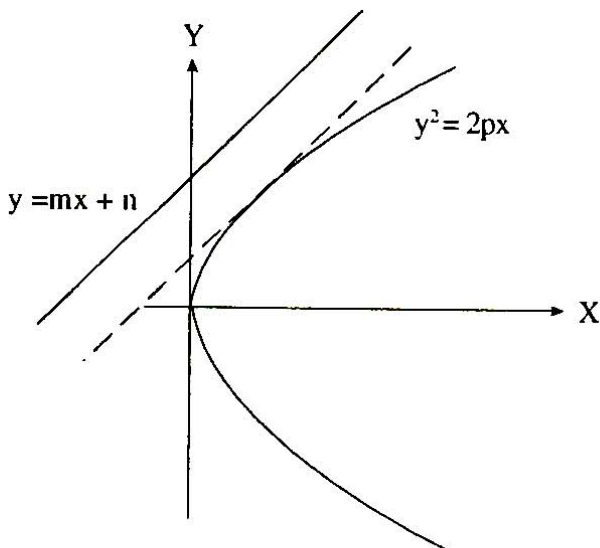
התרגיל האחרון מרגים פתרון, שלפיו ההוכחה המלאה של עובדות או הנחות העזר דורשת השקעת מאמצים ומהווה בעיה בפני עצמה.

יש לציין, שכבר בשלב הראשון בפתרון הבעיה, ישנם תלמידים שאינם שמים-לב, שקיים מצב נוסף למיקום המעגל כפי שמתואר בציור מס' 9.

מצב זה מתחייב מפתרון הבעיה בהנחה, שנקודת ההשקה של ההיפרבולה והמעגל היא

יחידה ונמצאת על ציר ה-X.

דוגמא מס' 9 - המרחק הקצר ביותר מישר לפרבולה



ציור מס' 10

כשבאים להוכיח שהמשיק העובר דרך הנקודה על הפרבולה הקרובה ביותר לישר נתון (גורן, 1994), הוא מקביל לישר, הדבר די ברור מבחינה אינטואיטיבית, אבל ההוכחה לא כל כך פשוטה (גורן, 1994).

הוכחת הטענה הנ"ל נדרשת כשצריך למצוא את הנקודה על הפרבולה הקרובה ביותר לישר נתון (ציור מס' 10).

סיכום

מלקט הדוגמאות שהובאו, רואים שבתחומים שונים בפרקי המתמטיקה, הנלמדים בחטיבת הביניים ובחטיבה העליונה, קיימים מקרים שתלמידים משתמשים אינטואיטיבית בעובדות שונות ואינם נותנים דעתם על הצורך להוכיח אותן. במסגרת החינוך למתמטיקה נכונה ומדויקת, יש להדגיש את חובת ההנמקה וההוכחה בשלבי ביניים, לפחות לתלמידי 4 ו-5 יחידות לימוד. כן, חשוב להפנות את תשומת-לבם של התלמידים לטעויות שעלולות לנבוע מהסתמכות על התבוננות בציורים, בפרט שמקצתם אינם מדויקים מספיק. עם זאת, ישנם מקרים שאפשר להקל על התלמידים. למשל, בשעת מבחן אין לדרוש מהתלמידים להוכיח את כל העובדות שמשתמשים בהן, כדי שלא ימצאו במצוקת זמן על כל השלכותיה. במקרים כאלה חשוב, שהתלמידים יבינו וידעו שהם משתמשים בעובדות חשובות, אף כי לא הוכיחו אותן.

מראי מקום

- גורן, ב' (1993). גאומטריה של המישור, מהדורה מורחבת, הוצאת מישלב.
- גורן, ב' (1992). חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי (4 ו-5 י"ל), תל-אביב, הוצאת המחבר.
- גורן, ב' (1994). גאומטריה אנליטית (5 י"ל), תל-אביב, הוצאת המחבר.
- מושביץ-הדר (1990). דא כיצד? אוסף פרדוקסים מתמטיים. חיפה, הטכניון המחלקה להוראת המדעים.
- Bunch, B. (1982). Mathematical Fallacies and Paradoxes. N.Y. VNR company.
- Lang, S., Murrow, G. (1988). A High School Course. N. Y. Springer - Verlag.
- Nowlen, R. A., Washburn, R. M. (1975). Geometry for teachers. N.Y. Harper and Row, Publishers.
- Gardner, M., Gotcha. Aha. (1982). Paradoxes to Puzzles and Delight. W. H. Freeman Company.

בניות הנדסיות ככלי לפיתוח החשיבה והיצירתיות

תקציר

בניות הנדסיות מהוות אמצעי עזר לפיתוח החשיבה והיצירתיות של תלמידים. במאמר זה, הובאו 24 בעיות בנייה, חלקן הגדול עם פתרונות מלאים.

הבעיות מסווגות לשלוש קבוצות:

1. בניות בעזרת מחוגה בלבד.

2. בניות בעזרת סרגל ומחוגה.

3. בניות בעזרת סרגל בלבד.

הגבלת הבניות למחוגה בלבד או לסרגל בלבד, מגבירה את קושי הבעיות ומאלצת את התלמידים למצוא פתרונות ייחודיים, בלתי-שגורתיים ובכך גורמת להבלטת יופייה של המתמטיקה ותרומתה לפיתוח החשיבה.

כתיבה, חיבור ופתרון בעיות בנייה עם מגבלות שימוש בכלי בנייה, מהווה אתגר בפני מורים ותלמידים.

מבוא

מקובל לראות במתמטיקה כדרך מובהקת להקניה ופיתוח של חשיבה לוגית, אינטואיציה, הסקה, הכללה, ניתוח ובדיקת פתרונות.

לאורך שנים שימשה הנדסת המישור כאחד מהענפים המרכזיים של לימודי המתמטיקה להשגת המטרות הנ"ל. בשנים האחרונות ירד משקלה היחסי של הנדסת המישור בתוכנית הלימודים, בעיקר לתלמידים ברמות נמוכות. כתוצאה מכך, לא מתממש הפוטנציאל של תחום למידה זה שהוא במהותו לימוד מובנה.

תת-ענף של הנדסת מישור, הוא הנושא של בניות הנדסיות שיש בו את היכולת לעורר את החשיבה, לפתח יצירתיות ומקוריות בדרכי הפתרון, ולשלב פתרונות מקוריים, תוך פיתוח אסטרטגיות ייחודיות.

מאמר זה מביא לקט בניות הנדסיות, רובן לא קונבנציונליות, שממבט ראשון נראות כבלתי-פתירות, אך, עם הדרכה ורמזים ניתן להבליט את יופיה של המתמטיקה ותרומתה לפיתוח החשיבה.

חלק נכבד מהבניות כולל את המגבלה של שימוש בסרגל בלבד (סרגל חסר שנתות המאפשר

תאריכים: הנדסה; אמצעי עזר להוראה; חשיבה

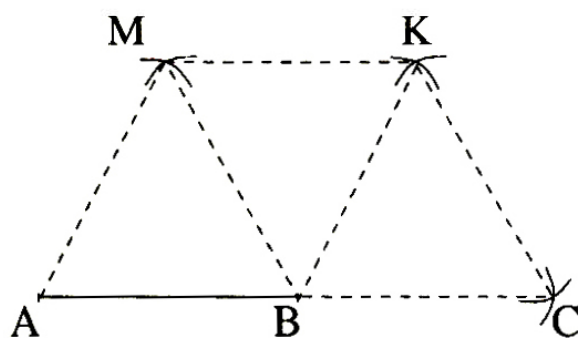
העברת קווים בלבד). בצורה מדורגת ראוי לאפשר בשלב ראשון את בצוען של הבניות בעזרת סרגל ומחוגה ובשלב השני ללא השימוש במחוגה, מגבלה המעלה משמעותית את הקושי של המשימה.

מהבחינה הדידקטית יש תחילה לחזק את מיומנות השימוש בבניות יסוד כגון: חציית קטע או זווית, הורדת אנך לישר מנקודה נתונה, בניית המקום הגיאומטרי שממנו רואים קטע בזווית נתונה וכו'. להעשרה הוצגו גם בעיות בהן נדרש שימוש במחוגה בלבד. מכל מקום, יש להרגיל את התלמידים לצטט בכל שלב את המשפט עליו הם מסתמכים וזאת בעיקר לצורך בקרה ומניעת קבלת פתרונות שגויים. הנושא בכלל הוצג בכנס מורים למתמטיקה (1) וזכה להתעניינות רבה. מספר היבטים של התחום נבדקו במסגרות לימודיות שונות ונמצא שאכן קיימת תרומה ממשית לפיתוח החשיבה. כתיבה וחיבור בעיות בנייה, אף היא אתגר בפני המורים והתלמידים.

דוגמאות

א. בניות בעזרת מחוגה בלבד

קבוצה בולטת של בניות הנדסיות היא קבוצת הבניות בעזרת מחוגה בלבד. מאחר שבעזרת מחוגה ניתן לבנות מעגל בלבד או חלק ממנו (קשת), הרי שבמקרה זה מדובר בדרך כלל על בניית נקודות בעלות תכונה מסוימת.



ציור מס' 1

תרגיל מס' 1

על המשך קטע AB (ציור מס' 1) יש לבנות בעזרת מחוגה בלבד, את הנקודה C כך ש- $AC=2AB$ (כלומר יש להכפיל את הקטע הנתון).

תאור הבנייה

מהנקודות A ו-B בונים קשתות בעלות רדיוס AB הנחתכות בנקודה M ($MA=MB$) באותו אופן ועם אותו רדיוס בונים קשתות מהנקודות B ו-M הנחתכות בנקודה K. כלומר AMKB

הוא מעוין (שזוויותיו החדות בנות 60°) מאחר ו- $AB=AM=MK=KB$. מהנקודות B ו-K משיכים להעביר קשתות שוות רדיוס AB הנחתכות בנקודה C. בקלות ניתן להוכיח ש- $AB=BC$, זאת אומרת, $AC=2AB$ כשהנקודה C נמצאת על המשך הישר AB. בצורה דומה, ניתן לבנות נקודה C כך ש- $AC=n \cdot AB$, כלומר להאריך קטע נתון פי n פעמים.

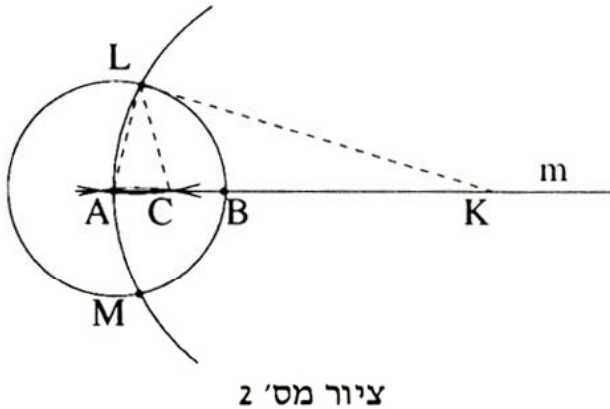
תרגיל מס' 2

על ישר m נתון קטע AB. יש לבנות נקודה C כך ש- $AC = \frac{1}{n} \cdot AB$, זאת אומרת יש למצוא את חלקו ה-n של קטע נתון.

תאור הבנייה

בעזרת ציור מס' 2, נתאר את הבנייה.

בונים תחילה את נקודה K על המשך הישר AB כך ש- $AK = n \cdot AB$, דהינו, $AB = \frac{1}{n} AK$. הבנייה נעשית ע"י העתקת ערכו של AB, n פעמים, באמצעות המחוגה או בעזרת תאור הבנייה של תרגיל מס' 1.



מהנקודה A כמרכז, חגים מעגל שרדיוסו AB ומהנקודה K חגים מעגל שרדיוסו KA. המעגלים נחתכים בנקודות L ו-M. אלו, שהן סימטריות ביחס לישר m, חגים קשתות שרדיוסן LA. קשתות אלו נחתכות בנקודות A ו-C והקטע המתקבל AC אורכו $\frac{1}{n} AB$.

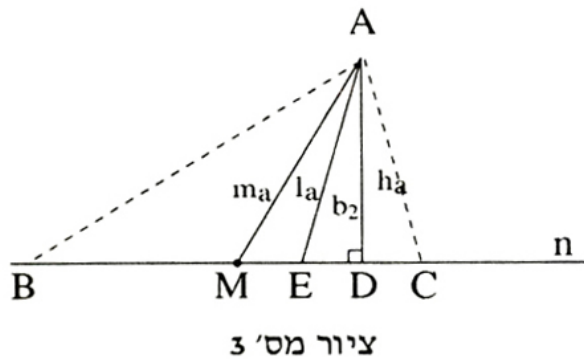
הוכחת הבנייה

$\triangle ALC \sim \triangle AKL$ מהנימוק שזווית A היא זווית בסיס משותפת לשני המשולשים שהם שווים-

שוקיים. מדמיון המשולשים מתקבל:

$$\frac{AC}{AL} = \frac{AL}{AK} = \frac{1}{n} \quad \text{מאחר } AL = AB \text{ מקבלים: } \frac{AC}{AL} = \frac{AL}{AK} = \frac{1}{n}$$

או בצורה מפורשת: $AC = \frac{1}{n} \cdot AB$



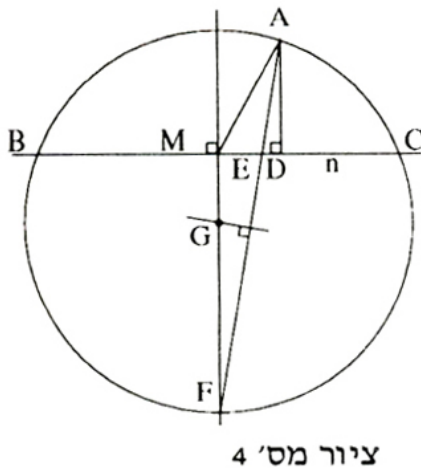
ב. בנייה בעזרת סרגל ומחוגה

דוגמא מס' 3

בעזרת סרגל ומחוגה יש לבנות משולש על פי אורכי הגובה, התיכון וחוצה הזווית היוצאים מאותה נקודה.

תאור הבנייה

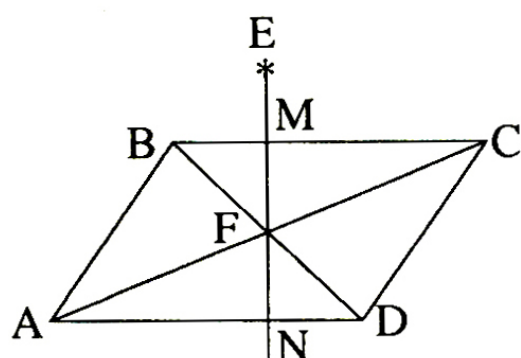
בניית המשולש ADM ובתוכו הקטע AE פשוטה ביותר. על ישר n (כנראה בציור מס' 3) בונים בנקודה D גובה ומקצים עליו את האורך ha ומתקבלת הנקודה A. מנקודה זו מקצים את הקטעים l_a ו- m_a ומתקבלות הנקודות E ו-M. הקושי כעת הוא למצוא את הקודקודים B ו-C. בעזרת המחוגה בונים אנך מנקודה M (ציור מס' 4) שהמשכו של AE (חוצה הזווית) חותך אותו בנקודה F. ניתן בקלות להוכיח שהנקודה F



נמצא על המעגל החוסם של המשולש המבוקש. כלומר, AF הוא מיתר במעגל החוסם ואילו האנך שנבנה בנקודה M (הישר MF) הוא אנך אמצעי למיתר, דהיינו, שהוא קוטר במעגל החוסם. כעת בונים אנך אמצעי למיתר AF (שוב קוטר) ושני הקטרים נפגשים בנקודה G , שהיא מרכז המעגל החוסם. חגים את המעגל שמרכזו בנקודה G ורדיוסו AG ומתקבלות הנקודות B ו- C .

ג. בניות בעזרת סרגל בלבד

בסוג זה של בעיות בנייה, הסרגל משמש להעברת קו-ישר בין שתי נקודות. הקו הישר חותך ישר אחר או קשת ומתקבלות נקודות נוספות בדרך אל הפתרון. פתרון הבעיה מסתמך על משפטים פשוטים בהנדסת מישור, שבדרך כלל מוכרים לתלמידים ובמידת הצורך ניתנים להוכחה על-ידם. בתרגילים אלו, בשלב ראשון כדאי לנסות ולבצע את הבנייה בעזרת סרגל ומחוגה ולאחר מכן בעזרת סרגל בלבד. מקורות לחלק מבניות אלו מופיעים ביבליוגרפיה (2-7).



ציור מס' 5

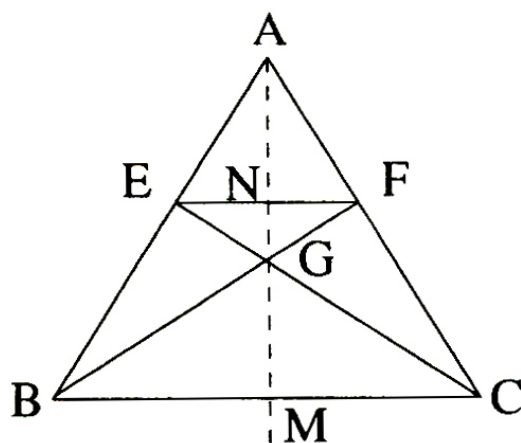
תרגיל מס' 4

נתונה מקבילית $ABCD$ ונקודה כלשהי E מחוצה לה (ציור מס' 5). יש להעביר קו ישר דרך הנקודה E שיחלק את שטח המקבילית לשני חלקים שווים-שטח. הערה: בדרך הפתרון מותר להעביר יותר מאשר קו אחד.

תאור הבנייה

מעבירים את האלכסונים BD ו- CA הנחתכים בנקודה F . מעבירים את הישר המחבר את הנקודות E עם F . ישר זה חותך את צלע המקבילית בנקודה M והמשכו את הצלע הנגדית בנקודה N . הישר MN הוא הישר המחלק את שטח המקבילית לשני חלקים שווים-שטח ובנוסף לכך גם לחלקים שווים-צורה (חופפים). ההוכחה במקרה זה, פשוטה ביותר, ומסתמכת על חפיפת משולשים ותכונות האלכסונים של מקבילית.

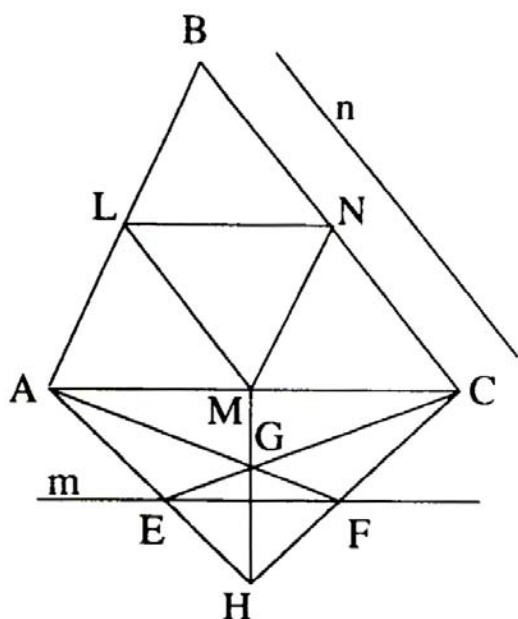
תרגיל מס' 5



ציור מס' 6

נתון משולש ABC ובו הקטע EF המקביל לבסיס BC והחותך את שוקיו בנקודות F ו- E (ציור מס' 6). בעזרת סרגל בלבד יש למצוא את נקודות האמצע של הקטעים BC ו- EF . פתרון הבעיה מסתמך על משפט שאינו מוכר למרבית התלמידים: "הישר המחבר את נקודות החיתוך של אלכסוני הטרפז עם נקודת החיתוך של המשכי השוקיים חוצה את בסיס הטרפז". ההוכחה של משפט זה מסתמכת על דמיון משולשים וניתן למצוא אותה במאמר קודם (2).

בהתאם למשפט זה, מעבירים את האלכסונים EC ו-FB ומתקבלת נקודת חזיון שלהם G. הישר AG והמשכו חותכים את הקטעים BC ו-EF בנקודות האמצע שלהם, M ו-N בהתאמה.



ציור מס' 7

תרגיל מס' 6

נתונה מקבילית. בעזרת סרגל בלבד יש למצוא את נקודות האמצע של הצלעות. פתרון הבעיה מסתמך על המשפט שצוטט ועל תאור הבנייה של התרגיל הקודם וזאת ע"י המשכת 2 מצלעות המקבילית ויצירת משולש חיצוני.

תרגיל מס' 7

נתון משולש כלשהו ABC ונתונים הישרים m ו-n המקבילים לשתי צלעות שלו. יש להעביר בעזרת סרגל בלבד את שלשת הקטעים האמצעיים של המשולש הנתון (ציור מס' 7).

תאור הבנייה

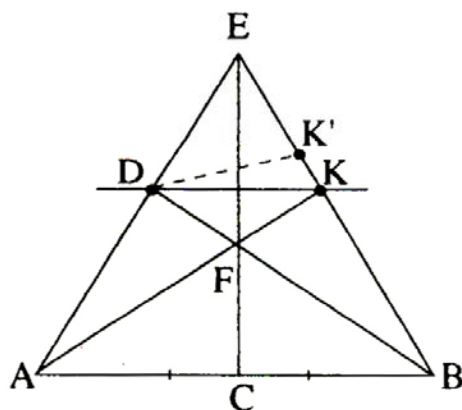
בוחרים נקודות E ו-F על הישר המקביל m. מחברים את E עם A ואת F עם C ומתקבל טרפז. מעבירים בטרפז את האלכסונים CE ו-FA הנחתכים בנקודה G וממשיכים את השוקיים עד למפגשן בנקודה H. המשיך הישר GH חותך את הצלע AC בנקודה M שהיא האמצע שלה, בהתאם למשפט שצוטט בתרגיל 5. באותה צורה מקבלים את הנקודה N שהיא אמצע הצלע BC. הישר MN הוא קטע אמצעים במשולש ולכן הוא מקביל לצלע AB. בעזרתו ניתן באותה צורה לחצות את הקטע AB ולקבל את הנקודה L.

תרגיל מס' 8

נתון קטע AB ונתונה נקודת האמצע שלו C. יש להעביר דרך נקודה כלשהי D ישר המקביל ל-AB.

תאור הבנייה

מעבירים את הישרים AD ו-BD, כנראה בציור מס' 8. מסמנים נקודה כלשהי E על המשיך AD. מעבירים את הישרים BE ו-CE. מסמנים ב-F את נקודת החיתוך של הישרים CE ו-BD. מעבירים את הישר AF שהמשכו חותך את הישר BE בנקודה K. הישר DK הוא הישר המבוקש, דהיינו, $AB \parallel DK$.



ציור מס' 8

הוכחת הבנייה

הוכחת דרך הבנייה תעשה בדרך השלילה. נניח שהישר DK איננו מקביל ל- AB . נעביר DK' מקביל ל- AB , כלומר $DK' \parallel AB$ כאשר נקודה K' נמצאת על BE (ציור מס' 8). המרובע $ADK'B$ הוא טרפז. לכן הישר CE עובר דרך נקודת המפגש של אלכסוניו (כי נקודת האמצע של AB). אבל הנקודה F היא נקודת המפגש של BD ו- CE לכן האלכסון השני AK' , גם הוא חייב לעבור דרך הנקודה F . זאת אומרת הישרים AK ו- AK' מתלכדים והנקודה K ו- K' מתלכדות, ומכאן נובע $DK \parallel AB$, מש"ל.

על סמך דרך הבנייה של תרגילים 6-8 מסוגלים התלמידים לפתור מספר בעיות דומות:

תרגיל מס' 9

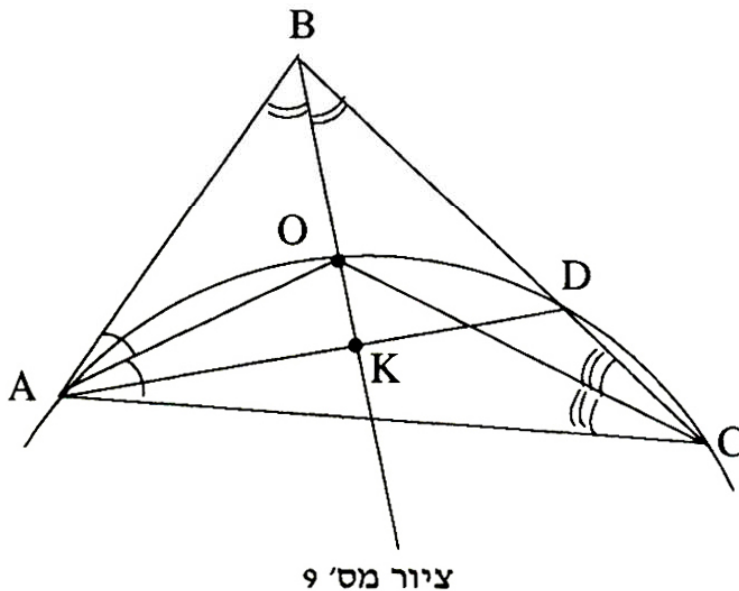
נתונים שני קווים ישרים מקבילים וקטע מסוים על אחד מהם. צריך למצוא את נקודת האמצע שלו על-ידי בנייה בעזרת סרגל בלבד.

תרגיל מס' 10

נתונים שני קווים ישרים מקבילים. דרך נקודה כלשהי, שאינה נמצאת על הישרים הללו, ישר להעביר קו ישר המקביל להם.

תרגיל מס' 11

נתון משולש כלשהו ABC . נתונה נקודת המפגש של חוצי הזווית שלו O , וכן המעגל העובר דרך נקודה זו ודרך שני קודקודיו A, C . יש לבנות בעזרת סרגל בלבד את המשיק למעגל בנקודה O . הערה: מרכז המעגל של הקשת AOC איננו נתון (ציור מס' 9).



הוכחת דרך הפתרון

נסמן ב- D את נקודת החיתוך השנייה (בנוסף לנקודה C) של המעגל עם הצלע BC (או עם המשכה). במקרה שהנקודה D מתלכדת עם נקודה C (זאת אומרת ש- BC משיק למעגל) מספיק להתבונן בנקודה C בלבד.

נוכיח ש- $AD \perp BO$. לצורך זה נסמן ב- K את נקודת החיתוך של AD עם המשך BO , ונערוך חישובי זוויות:

$$1. \quad \angle AOC = \angle ADC \quad (\text{זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת})$$

$$2. \quad \angle AOC = 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle C \right) =$$

$$180^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \cancel{4} B) = 90^\circ + \frac{1}{2} \cancel{4} B$$

מ- (1) ו- (2) נובע:

$$\angle ADC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle B \quad .3$$

אבל $\angle ADC$ היא זווית חיצונית למשולש ADB ולכן:

$$\angle ADC = \angle B + \angle BAK \quad .4$$

כלומר:

$$90^\circ + \frac{1}{2} \angle B = \angle B + \angle BAK \quad 5$$

מקשר זה נובע:

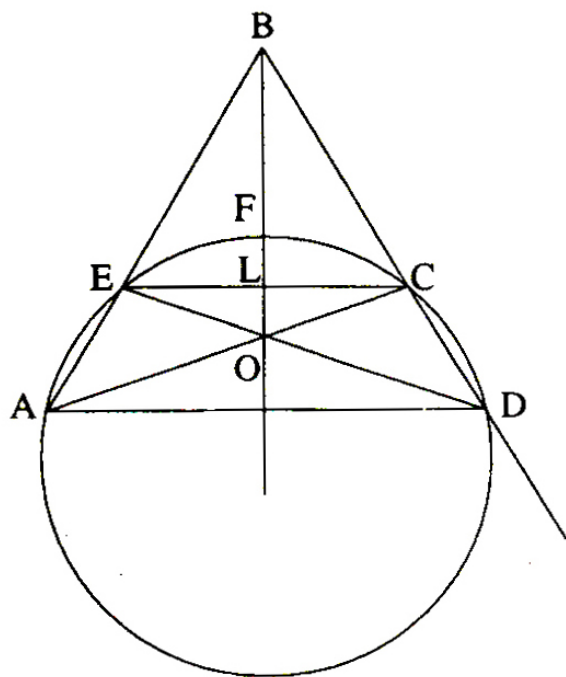
$$\angle BAK + \frac{1}{2} \angle B = 90^\circ \quad .6$$

ולכן הזווית השלישית במשולש ABK היא 90° דהינו, $AD \perp BK$.

כלומר חוצה הזווית BK במשולש ABD הוא גם גובה ולכן הוא גם תיכון, כלומר $AK=KD$ (משולש ABD הוא משולש ש"ש).

AD הוא מיתר במעגל ו-BK הוא אנך אמצעי למיתר זה ולכן מרכז המעגל נמצא על נמשכו של ישר זה.

כדי לבנות את המשיק יש לבנות מקביל ל-AD העובר בנקודה O, ובנייה כזאת כבר נעשתה בתרגיל 8: בנייה קו מקביל, דרך נקודה כלשהי, לקטע שנקודת האמצע שלו נתונה.



ציור מס' 10

תרגיל מספר 12

נתון משולש ABC והמעגל העובר דרך שני קודקודיו A ו-C ודרך נקודת המפגש של חוצי הזווית שלו שאינם משיק ל-AB ו-AC (נקודת המפגש של חוצי הזווית ומרכז המעגל אינם נתונים). יש לבנות בעזרת סרגל בלבד את נקודת המפגש של חוצי הזווית.

ניתוח דרך הפתרון

בבתרגיל 11 הדומה לתרגיל זה, נעשה תחילה
חישוב זוויות, בהתייחס לציור מס' 10.

נסמן ב-E את נקודת החיתוך של הצלע AB עם
קשת המעגל וב-D את נקודת החיתוך של המשך
הצלע BC עם המעגל. נחבר את הנקודות E ו-C,
ואת נקודות D עם A. נניח שהנקודה F הנמצאת
על קשת המעגל בין הנקודות E ו-C היא נקודת
המפגש של חוצי הזווית.

$$\angle AFC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle BCA) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC \quad 1.$$

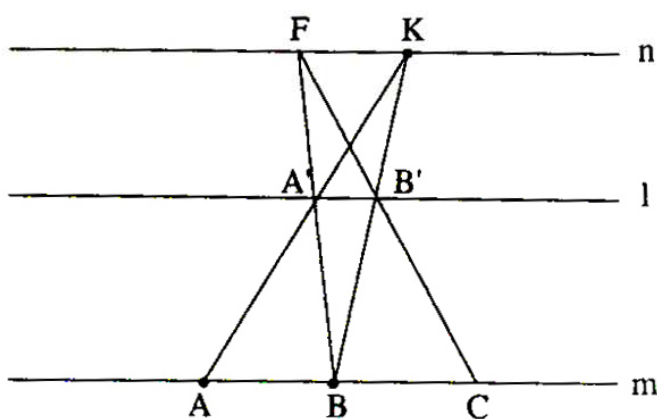
משוויון זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת נובע:

$$\angle AEC = \angle AFC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC = \angle ABC + \angle BCE \quad 2.$$

מזה נובע:

$$\angle BCE = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle ABC \quad 3.$$

כלומר הזווית השלישית במשולש BLC (L נקודת החיתוך של חוצה זווית B עם המיתר EC) היא בת 90° , דהיינו, $BL \perp EC$. מאחר ש-BL הוא חוצה זווית וגם אנך במשולש BEC, נובע מכך שמשולש זה ש"ש, ולכן, BL הוא גם תיכון. בעזרת חפיפת משולשים אפשר להראות ש- $AD \perp BL$, שמשמע, $AD \parallel EC$, כלומר, AECD - טרפז. מתרגיל מס' 5 ידוע שבטרפז, נקודת מפגש האלכסונים O והקדקוד B נמצאות על הישר החוצה את בסיסיו EL ו-AD.



ציור מס' 11

תאור הבנייה

בעזרת סרגל מעבירים את הישר ED החותך את צלע המשולש AC בנקודה O. מחברים את O עם B ונקודת החיתוך F של הישר עם הקשת EC, היא נקודת המפגש של חוצי הזווית.

תרגיל מס' 13

נתונים שני ישרים מקבילים וקטע נתון על אחד מהם. יש להגדיל קטע זה פי 2.

תאור הבנייה

נתונים הישרים המקבילים l ו-m, על האחרון נתון הקטע AB שאותו יש להגדיל פי 2 (ציור מס' 11). תהא הנקודה K נקודה כלשהי מחוץ לקווים הנתונים. דרך הנקודה K נעביר ישר n המקביל לשני הישרים הנתונים (פתרון תרגיל מס' 9). מעבירים את הישרים AK ו-BK ומתקבלות נקודות החינוך שלהם, A' ו-B' עם הישר l. מעבירים את הישר A'B' שהמשכו חותך את הישר n בנקודה F. כעת מעבירים את הישר FB' והמשכו חותך את הישר m בנקודה C. הקטעים AB ו-BC שווים ובכך הגדלנו את הקטע הנתון פי 2. לפי אותו עקרון ניתן להגדיל את אורכו של הקטע פי n פעמים.

הוכחת הבנייה

$$\triangle AFB' \sim \triangle BFC \Rightarrow \frac{A'B'}{BC} = \frac{AF}{BF} \quad 1.$$

$$\triangle A'KB' \sim \triangle AKB \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{KA'}{KA} \quad 2.$$

$$\Delta FA'K \sim \Delta BA'A \Rightarrow \frac{A'F}{A'B} = \frac{A'K}{A'A} \quad 3.$$

נוסיף 1 לכל אחד מאגפי שיויון (3)

$$\begin{aligned} \frac{A'F}{A'B} + 1 &= \frac{A'K}{A'A} + 1 \\ \frac{A'F + A'B}{A'B} &= \frac{A'K + A'A}{A'A} \Rightarrow \frac{FB}{A'B} = \frac{KA}{A'A} \quad 4. \end{aligned}$$

שינוי אגפים בשיויון (4) נותן:

$$\frac{FB}{KA} = \frac{A'B}{A'A} \quad 5$$

שינוי אגפים בשיויון (3) נותן:

$$\frac{A'F}{A'K} = \frac{A'B}{A'A} \quad 6.$$

משויונים (5) ו-(6) נובע

$$\frac{FB}{KA} = \frac{A'F}{A'K} \quad 7.$$

שינוי אגפים בשיויון זה נותן:

$$\frac{A'F}{FB} = \frac{A'K}{KA} \quad 8.$$

שיויון (8) יחד עם שויונים (1) ו-(2) נותן:

$$\frac{A'B'}{BC} = \frac{A'B}{AB} \quad 9. \quad \text{דהינו, } AB=BC \text{ מ.ש.ל.}$$

בדוגמאות, תרגילים מס' 14-17, הבאות הניתנות לעבודה עצמית נתון מעגל עם מרכז וצריך לבנות בעזרת סרגל בלבד את הבניות הבאות:

תרגיל מס' 14
לבנות מלבן כלשהו.

תרגיל מס' 15
רבוע כלשהו.

תרגיל מס' 16

הורדת אנך מנקודה כלשהי על ישר נתון.

תרגיל מס' 17

נתון קטע AB וכן קו ישר l עליו נקודה C . צריך לבנות נקודה D על הישר l כך ש- $CD=AB$.

כל הבעיות שהוצגו עד כה, מייצגות בעיות קלאסיות של הנושא. מתעוררת השאלה כיצד ניתן לגוון את הבעיות ומהי המטרה הדידקטית אותה שואפים להשיג. מחד גיסא בעזרת סרגל בלבד ניתן לבנות מעט מאוד ולכן מוסיפים לנתון צורה הנדסית כלשהי. מאידך, אם הצורה המוספת היא מעגל עם מרכז נתון, הרי כל בנייה שתידרש ניתן יהיה לבנות אותה בעזרת סרגל ומחוגה לפי המשפט שהוכח ע"י שטיינר (1796-1863): "כל בנייה, שאפשר לבצע בעזרת סרגל ומחוגה, אפשר לבצע בעזרת סרגל בלבד בתנאי שנתון מעגל ומרכזו", לכן כדאי להתבונן במספר בעיות שבהן נתון מעגל אבל בלי מרכזו.

תרגיל מס' 18

נתונים שני קטעים AB ו- CD , שאינם מקבילים, ונקודות האמצע שלהם K ו- L בהתאמה. יש לקבוע בעזרת סרגל בלבד את נקודת האמצע של קטע שלישי FG (ציור מס' 12).

תאור הבנייה והוכחה

אם הישר FG מקביל לאחר מהקטעים הנתונים הרי הפתרון מתקבל בקלות כנאמר בתרגיל מספר 5.

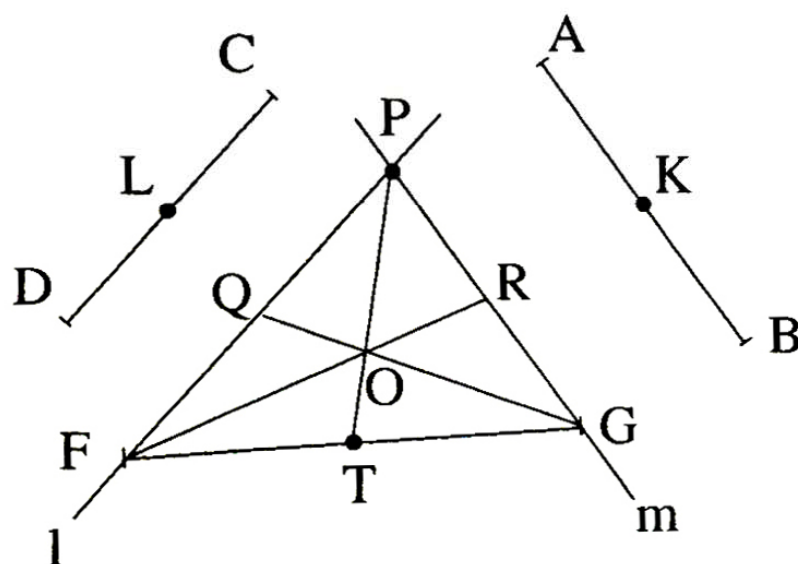
במידה והקטעים אינם מקבילים אפשר להעביר קו ישר l מקביל ל-

CD דרך הנקודה F וכן קו ישר m

מקביל ל- AB דרך הנקודה G כמתואר בתרגיל מספר 8. נסמן ב- P את נקודת החיתוך של הישרים m ו- l . לפי תרגיל מספר 5 ניתן למצוא את אמצעי הקטעים PG ו- PF . נסמן אותם ב- R ו- Q ונעביר את הישרים QR ו- QF שהם התיכונים של המשולש FPG . נקודת החיתוך שלהם O היא נקודת המפגש של תיכוני המשולש לכן המשך הישר PO חותך את הישר FG בנקודת האמצע שלו T .

תרגיל מס' 19

נתון מעגל ומסומן עליו קוטר (ללא ציון מרכז המעגל) ונקודה A שאינה נמצאת על המעגל. יש להוריד אנך מהנקודה A לקוטר או להמשכו.



ציור מס' 12